$\boxed{\mathbf{1}}$ $f(x)=\dfrac{e^x}{e^x+1}$ とする。曲線 C : $y=f(x)$ の点 $\left(0,\ \dfrac{1}{2}\right)$ における接線を ℓ とする。次の問いに答えよ。

(1) $\displaystyle\int f(x)\,dx$ を求めよ。

(2) 接線 ℓ の方程式を求めよ。

(3) 曲線 C と接線 ℓ は点 $\left(0,\ \dfrac{1}{2}\right)$ 以外に共有点を持たないことを示せ。

(4) 曲線 C，接線 ℓ，y 軸および $x=1$ で囲まれる図形の面積を求めよ。

(1)
$$\begin{aligned}\int f(x)\,dx &= \int \frac{(e^x+1)'}{e^x+1}\,dx\\ &= \log|e^x+1|+C\ (C\ \text{は積分定数})\\ &= \boldsymbol{\log(e^x+1)+C}\end{aligned}$$

(2)
$$\begin{aligned}f'(x) &= \frac{(e^x)'(e^x+1)-e^x(e^x+1)'}{(e^x+1)^2}\\ &= \frac{e^x}{(e^x+1)^2}\end{aligned}$$
であり $f'(0)=\dfrac{1}{4}$ から ℓ の方程式は

$$\boldsymbol{y=\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}}$$

(3) 方程式 $f(x)=\dfrac{1}{4}x+\dfrac{1}{2}$ $\cdots$① の実数解について考える。
さらに $h(x)=f(x)-\left(\dfrac{1}{4}x+\dfrac{1}{2}\right)$ とし
方程式 $h(x)=0$ $\cdots$② について考える。
$$\begin{aligned}h'(x) &= f'(x)-\frac{1}{4}\\ &= \frac{e^x-\frac{1}{4}(e^x+1)^2}{(e^x+1)^2}\end{aligned}$$
$$\begin{aligned}(\text{右辺の分子}) &= -\frac{1}{4}\left(e^{2x}+2e^x+1-4e^x\right)\\ &= -\frac{1}{4}(e^x-1)^2\end{aligned}$$
したがって $h'(x)$ は $e^x-1=0$ すなわち $x=0$ のとき $h'(0)=0$,
$x\neq 0$ のとき $h'(x)<0$ となる。$h(x)$ の増減表は

x	$\cdots$	0	$\cdots$
$h'(x)$	$-$	0	$-$
$h(x)$	$\searrow$	0	$\searrow$

方程式 ② および ① の解は $x=0$ のみが示された。
すなわち C と ℓ の共有点は $\left(0,\ \dfrac{1}{2}\right)$ のみである。

(4) $0\leqq x\leqq 1$ では $h(x)\leqq 0$ より，この区間で C は ℓ の下方にある

ので，求める面積を S とすると

$$
\begin{aligned}
S &= \int_0^1 \left\{ \left(\frac{1}{4}x + \frac{1}{2} \right) - f(x) \right\} dx \\
&= \left[\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{2}x - \log(e^x + 1) \right]_0^1 \quad (\because (1)) \\
&= \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{2} - \log(e+1) \right) - (0 + 0 - \log(1+1)) \\
&= \boldsymbol{\log \frac{2}{e+1} + \frac{5}{8}}
\end{aligned}
$$

2 座標平面の原点を O とし，3 点 A$(-2,0)$，B$(\cos\theta,\sin\theta)$，C$(3\cos 3\theta, 3\sin 3\theta)$ をとる。ただし，$0 \leqq \theta \leqq \dfrac{2\pi}{3}$ とする。次の問いに答えよ。

(1) AB^2 と BC^2 を $\cos\theta$ を用いて表せ。

(2) $0 \leqq \theta \leqq \dfrac{2\pi}{3}$ のとき，$\mathrm{AB}^2+\mathrm{BC}^2$ の最大値と最小値を求めよ。また，そのときの点 B と点 C の座標をそれぞれ求めよ。

(1)
$$\begin{aligned}\mathrm{AB}^2 &= (\cos\theta+2)^2+\sin^2\theta\\ &= \cos^2\theta+4\cos\theta+4+\sin^2\theta\\ &= \mathbf{4\cos\theta+5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{BC}^2 &= (3\cos 3\theta-\cos\theta)^2+(3\sin 3\theta-\sin\theta)^2\\ &= 9\cos^2 3\theta-6\cos 3\theta\cos\theta+\cos^2\theta\\ &\qquad +9\sin^2 3\theta-6\sin 3\theta\sin\theta+\sin^2\theta\\ &= 9-6(\cos 3\theta\cos\theta+\sin 3\theta\sin\theta)+1\\ &= 10-6\cos(3\theta-\theta)\\ &= 10-6\cos 2\theta\\ &= 10-6(2\cos^2\theta-1)\\ &= \mathbf{-12\cos^2\theta+16}\end{aligned}$$

(2) $\mathrm{AB}^2+\mathrm{BC}^2=L$，$\cos\theta=t$ とする。
$0 \leqq \theta \leqq \dfrac{2\pi}{3}$ のとき $-\dfrac{1}{2} \leqq t \leqq 1 \cdots$① であり

$$\begin{aligned}L &= 4\cos\theta+5-12\cos^2\theta+16\\ &= -12t^2+4t+21\\ &= -12\left(t-\frac{1}{6}\right)^2+\frac{64}{3}\end{aligned}$$

① の範囲で考えて，L は
$t=\dfrac{1}{6}$ すなわち $\cos\theta=\dfrac{1}{6}$，$\sin\theta=\dfrac{\sqrt{35}}{6}$ のとき最大値,
$t=1$ すなわち $\theta=0$ のとき最小となることがわかる。
$\cos 3\theta=4\cos^3\theta-3\cos\theta$，$\sin 3\theta=3\sin\theta-4\sin^3\theta$ を用いて

最大値 $\mathbf{\dfrac{64}{3}}$, **B** $\left(\mathbf{\dfrac{1}{6}}, \mathbf{\dfrac{\sqrt{35}}{6}}\right)$, **C** $\left(\mathbf{-\dfrac{13}{9}}, \mathbf{-\dfrac{4\sqrt{35}}{9}}\right)$

最小値 $\mathbf{13}$, **B** $\mathbf{(1,0)}$, **C** $\mathbf{(3,0)}$

$\boxed{3}$ 座標空間において，3 点 A$(1,\ 0,\ 0)$，B$(0,\ -1,\ 0)$，C$(0,\ 0,\ -2)$ の定める平面を α とし，方程式 $x^2+y^2+z^2+2x-10y+4z+21=0$ が定める球面を S とする。次の問いに答えよ。

(1) 球面 S の中心 P の座標と S の半径を求めよ。

(2) 実数 s，t に対して，点 D を $\overrightarrow{\mathrm{AD}}=s\overrightarrow{\mathrm{AB}}+t\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を満たすようにとる。このとき，D の座標を s，t を用いて表せ。

(3) 点 Q が平面 α 上を動き，点 R が球面 S 上を動くとき，Q と R の距離の最小値を求めよ。また，そのときの Q と R の座標をそれぞれ求めよ。

(1) 与えられた方程式を変形し

$$(x+1)^2+(y-5)^2+(z+2)^2=-21+1+25+4=9 \quad \text{から}$$

中心 P の座標は **$(-1,\ 5,\ -2)$**，半径は **3**

(2) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}=(-1,\ -1,\ 0)$，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}=(-1,\ 0,\ -2)$ を用いて

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{OD}}&=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{AD}}\\&=(1,\ 0,\ 0)+s(-1,\ -1,\ 0)+t(-1,\ 0,\ -2)\\&=(1-s-t,\ -s,\ -2t)\end{aligned}$$

したがって D の座標は **$(1-s-t,\ -s,\ -2t)$**

(3) (2) から，実数 s，t を用いて Q の座標を $(1-s-t,\ -s,\ -2t)$ とできる。

球面 S の中心 P と点 Q との距離を d とし，d の最小値を考える。

$$\begin{aligned}d^2&=(s+t-2)^2+(s+5)^2+(2t-2)^2\\&=2s^2+5t^2+2st+6s-12t+33\\&=2\left(s^2+(t+3)s\right)+5t^2-12t+33\\&=2\left(s+\frac{t+3}{2}\right)^2-2\cdot\left(\frac{t+3}{2}\right)^2+5t^2-12t+33\\&=2\left(s+\frac{t+3}{2}\right)^2+\frac{9}{2}t^2-15t+\frac{57}{2}\\&=2\left(s+\frac{t+3}{2}\right)^2+\frac{9}{2}\left(t^2-\frac{10}{3}t\right)+\frac{57}{2}\\&=2\left(s+\frac{t+3}{2}\right)^2+\frac{9}{2}\left(t-\frac{5}{3}\right)^2+16 \quad \text{から}\end{aligned}$$

$(s,\ t)=\left(-\frac{7}{3},\ \frac{5}{3}\right)$ のとき，d^2 は最小値 16 となり

$d \geqq 0$ から d は最小値 4 をとる。

QR $= d-$ (球面の半径) から **QR の最小値は 1**

Q の座標は $(s,\ t)=\left(-\frac{7}{3},\ \frac{5}{3}\right)$ のとき **$\left(\frac{5}{3},\ \frac{7}{3},\ -\frac{10}{3}\right)$**

このとき，R は線分 PQ を $3:1$ に内分する点となるので

$$\overrightarrow{\mathrm{OR}}=\frac{\overrightarrow{\mathrm{OP}}+3\overrightarrow{\mathrm{OQ}}}{3+1}=\frac{(-1,\ 5,\ -2)+3\left(\frac{5}{3},\ \frac{7}{3},\ -\frac{10}{3}\right)}{4}$$

R の座標は **$(1,\ 3,\ -3)$**

〔**別解**〕（旧課程の平面の方程式と点と平面の距離の公式を用いる解法）

平面 α の方程式は $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{-2}=1$

すなわち $2x-2y-z-2=0$ とできる。

点 P と平面 α の距離 d は公式を用いて

$$d=\frac{|-2-10+2-2|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+(-1)^2}}=4$$

α の法線ベクトルを $\overrightarrow{n}=(2,\ -2,\ -1)$ とすると $\left|\overrightarrow{n}\right|=3$ であり，

点 P は α の法線ベクトル $\overrightarrow{n}$ について，いわゆる負領域にあるので

$$\overrightarrow{\mathrm{PQ}}=\frac{d}{\left|\overrightarrow{n}\right|}\overrightarrow{n}=\frac{4}{3}(2,\ -2,\ -1)$$

$$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=\overrightarrow{\mathrm{OP}}+\overrightarrow{\mathrm{PQ}}=(-1,\ 5,\ -2)+\left(\frac{8}{3},\ -\frac{8}{3},\ -\frac{4}{3}\right)$$

$$\overrightarrow{\mathrm{PR}}=\frac{3}{\left|\overrightarrow{n}\right|}\overrightarrow{n}=(2,\ -2,\ -1)$$

$$\overrightarrow{\mathrm{OR}}=\overrightarrow{\mathrm{OP}}+\overrightarrow{\mathrm{PR}}=(-1,\ 5,\ -2)+(2,\ -2,\ -1)$$

Q の座標は $\left(\boldsymbol{\frac{5}{3},\ \frac{7}{3},\ -\frac{10}{3}}\right)$，R の座標は $\boldsymbol{(1,\ 3,\ -3)}$

4 n，k を自然数とする。n 個のボールと k 個の箱がある。各箱は箱 1，箱 2，$\cdots$，箱 k のように表すものとする。n 個のボールを k 個の箱へ投げ入れる。各ボールはいずれかの箱に入るものとし，どの箱に入る確率も等しいとする。n 個のボールを投げ入れた後，箱 i $(i=1,2,\cdots,k)$ に入っているボールの個数を a_i とする。このとき $a_1+a_2+\cdots+a_k=n$ となる。次の問いに答えよ。

(1) $n=4$，$k=5$ とする。このとき，$a_1=0$ となる確率を求めよ。

(2) $k \geqq 2$ とする。このとき，$a_1 \times a_2 = 0$ となる確率を n，k を用いて表せ。

(3) $k=4$ とする。このとき，$a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 \neq 0$ となる確率を p_n とする。p_n の値を n を用いて表せ。

(4) $k=4$ とし，p_n を (3) で求めたものとする。このとき，$r>0$ で数列 $\{r^n(p_{n+1}-p_n)\}$ が収束するような r の値の範囲を求めよ。

(1) 4 個のボールがすべて箱 1 以外の箱に入る確率なので

$$(\text{求める確率}) = \left(\frac{4}{5}\right)^4 = \boldsymbol{\frac{256}{625}}$$

(2) 以下，事象 A が起こる確率を $P(A)$ で表す。

(求める確率)

$$\begin{aligned}
&= P((a_1=0)\cup(a_2=0)) \\
&= P(a_1=0)+P(a_2=0)-P((a_1=0)\cap(a_2=0)) \\
&= \left(\frac{k-1}{k}\right)^n + \left(\frac{k-1}{k}\right)^n - \left(\frac{k-2}{k}\right)^n \\
&= \boldsymbol{\frac{2(k-1)^n-(k-2)^n}{k^n}} \quad \boldsymbol{(k \geqq 2)}
\end{aligned}$$

(3) $n<4$ のときは $p_n=0$ である。$n \geqq 4$ のとき

n 個のボールの箱への入り方の総数は 4^n 通りある。

$a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 \neq 0$ は，空の箱がないことなので，余事象である，空の箱がある場合の数を考える。

- 空の箱が 3 個あるのは 4 通りある。

- 空の箱がちょうど 2 個あるのは，空でない箱が箱 i と箱 j $(i<j)$ の選び方は ${}_4\mathrm{C}_2=6$ 通りある。おのおのの i，j についてすべて i またはすべて j であるときを除くので

  $6(2^n-2)$ (通り)

- 空の箱がちょうど 1 個あるのは，空でない箱が箱 i と箱 j と箱 k $(i<j<k)$ の選び方は ${}_4\mathrm{C}_3=4$ 通りある。各々の i，j，k が空にならない場合の数は

  $4\{3^n-3\cdot 2^n+3\}$ (通り)

上記 3 つは排反なので，確率 p_n について

$$1-p_n=\frac{4+6\left(2^n-2\right)+4\left\{3^n-3\cdot2^n+3\right\}}{4^n}$$

$$=\frac{4\cdot3^n-6\cdot2^n+4}{4^n}$$

$$\boldsymbol{p_n=\frac{4^n-4\cdot3^n+6\cdot2^n-4}{4^n}\quad (n\geqq 4)}$$

(4)

$$p_{n+1}-p_n$$

$$=\frac{4^{n+1}-4\cdot3^{n+1}+6\cdot2^{n+1}-4}{4^{n+1}}-\frac{4^n-4\cdot3^n+6\cdot2^n-4}{4^n}$$

$$=\frac{4\cdot4^n-12\cdot3^n+12\cdot2^n-4-4\left(4^n-4\cdot3^n+6\cdot2^n-4\right)}{4^{n+1}}$$

$$=\frac{4\cdot3^n-12\cdot2^n+12}{4^{n+1}}$$

$$=\frac{3^n-3\cdot2^n+3}{4^n}$$

したがって

$$r^n\left(p_{n+1}-p_n\right)=\left(\frac{3}{4}r\right)^n-3\cdot\left(\frac{2}{4}r\right)^n+3\cdot\left(\frac{r}{4}\right)^n$$

$$=\left(\frac{3}{4}r\right)^n\left\{1-3\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^n+3\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^n\right\}$$

であり，これが収束する条件は

$$-1<\frac{3}{4}r\leqq 1$$

であるから $r>0$ も考慮して，求める範囲は $\boldsymbol{0<r\leqq\frac{4}{3}}$

5 a を $0<a<1$ となる実数とする。座標平面上において，長さが 4 の線分 PQ を考える。線分 PQ の端点 P は x 軸上を，端点 Q は y 軸上を動くとき，線分 PQ を $a:(1-a)$ の比に内分する点 R の軌跡は楕円になる。この楕円を C とする。ただし，円は楕円の特別な場合とする。次の問いに答えよ。

(1) 楕円 C の方程式を a を用いて表せ。

(2) 楕円 C で囲まれた部分と連立不等式

$$\begin{cases} x \geqq 0 \\ \sqrt{3}\,ax \geqq (1-a)\,y \end{cases}$$

の表す領域の共通部分の面積を S とする。S を a を用いて表せ。

(3) 面積 S の最大値とそのときの a の値を求めよ。

(1) $\mathrm{P}(s,0)$，$\mathrm{Q}(0,t)$ とする。$\mathrm{PQ}=4$ から $s^2+t^2=16\cdots$①

また，R の座標を (x,y) とすると $x=(1-a)s$，$y=at$

$0<a<1$ から $s=\dfrac{x}{1-a}$，$t=\dfrac{y}{a}$ とでき ① に代入し

$$\frac{x^2}{(1-a)^2}+\frac{y^2}{a^2}=16$$

除外を考慮する点はないので，R の軌跡は

$$\boldsymbol{\frac{x^2}{16(1-a)^2}+\frac{y^2}{16a^2}=1}$$

(2) 以下，楕円の境界および内部の面積を簡単に楕円の面積と記す。

第一象限(座標軸上も含む)における，楕円の面積 T は

$$T=\int_0^{4(1-a)} y\,dx\cdots②$$

ここで $x=4(1-a)\sin\theta$ とすると $\begin{array}{c|c} x & 0\to 4(1-a) \\ \hline \theta & 0\to \quad \frac{\pi}{2} \end{array}$ とでき

このとき $y=4a\cos\theta$，$dx=4(1-a)\cos\theta d\theta$ とできる。

② は

$$\begin{aligned} T&=\int_0^{\frac{\pi}{2}} 4a\cos\theta\cdot 4(1-a)\cos\,d\theta \\ &=16a(1-a)\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2\theta\,d\theta \\ &=16a(1-a)\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1+\cos 2\theta}{2}\,d\theta \\ &=16a(1-a)\left[\frac{1}{2}\theta+\frac{1}{4}\sin 2\theta\right]_0^{\frac{\pi}{2}} \\ &=16a(1-a)\cdot\frac{\pi}{4} \\ &=4a(1-a)\pi \end{aligned}$$

直線 $\sqrt{3}\,ax=(1-a)\,y\cdots$③ と C との交点で，

$x \geqq 0$ となるのは $\mathrm{P}\left(2(1-a),\ 2\sqrt{3}\,a\right)$ である。

第一象限の $0 \leqq x \leqq 2(1-a)$ であり，③ の上部にある楕円の面積を U とすると

P から x 軸への垂線の足を H とし

$$
\begin{aligned}
U &= \int_0^{2(1-a)} y\,dx - \triangle\mathrm{OPH} \\
&= 16a(1-a)\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos^2\theta\,d\theta - \frac{1}{2}\cdot 2(1-a)\cdot 2\sqrt{3}\,a \\
&= 16a(1-a)\left[\frac{1}{2}\theta + \frac{1}{4}\sin 2\theta\right]_0^{\frac{\pi}{6}} - 2\sqrt{3}\,a(1-a) \\
&= \frac{16}{12}a(1-a)\cdot\frac{\pi}{12} + 2\sqrt{3}\,a(1-a) - 2\sqrt{3}\,a(1-a) \\
&= \frac{4}{3}a(1-a)\pi
\end{aligned}
$$

以上から

$$
\begin{aligned}
S &= 2T - U \\
&= 2\cdot 4a(1-a) - \frac{4}{3}a(1-a) \\
&= \boldsymbol{\frac{20}{3}a(1-a)\pi}
\end{aligned}
$$

(3) (2) の結果から $0 < a < 1$ の範囲で $a(1-a)$ の最大値を考える。

$$
\begin{aligned}
a(1-a) &= -a^2 + a \\
&= -\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} \quad \text{から}
\end{aligned}
$$

S は $\boldsymbol{a = \frac{1}{2}}$ のとき，最大値 $\boldsymbol{\frac{5}{3}\pi}$ をとる。

6 実数 t に対して，複素数 z を次の条件 (I)，(II) を満たすようにとる。

(I) z の虚部は 0 以上である。

(II) $z^2-2t^3z+t^6+9t^2=0$

この z に対して，複素数 w を $w=i\overline{z}$ とおく。ただし，i は虚数単位とし，$\overline{z}$ は z の共役複素数とする。次の問いに答えよ。

(1) 複素数 z と w を t を用いて表せ。

(2) $0 \leqq t \leqq 2$ のとき，$|z-w|$ の最大値を求めよ。また，そのときの t の値をすべて求めよ。

(3) 実数 t を動かしたとき，複素数平面上で z が表す点が描く曲線を C_1 とし，w が表す点が描く曲線を C_2 とする。C_1，C_2 で囲まれる図形の面積を求めよ。

(1) (II) において，z についての実数係数の 2 次方程式を解の公式より解き

$$\begin{aligned} z &= t^3 \pm \sqrt{(t^3)^2-(t^6+9t^2)} \\ &= t^3 \pm \sqrt{-9t^2} \\ &= t^3 \pm \sqrt{9t^2}\, i \quad (\because\ -9t^2 \leqq 0) \\ &= t^3 \pm |3t|\, i \end{aligned}$$

条件 (I) から $z=t^3+3|t|\,i$ として考えてよい。

$\boldsymbol{z=t^3+3|t|\,i}$，$\boldsymbol{w=3|t|+t^3\,i}$

(2) $0 \leqq t \leqq 2$ のとき，$z=t^3+3t\,i$，$w=3t+t^3\,i$ から

$$\begin{aligned} |z-w|^2 &= |(t^3-3t)+(3t-t^3)\,i|^2 \\ &= (t^3-3t)^2+(3t-t^3)^2 \\ &= 2(t^3-3t)^2 \cdots ① \end{aligned}$$

ここで $f(t)=t^3-3t$ とし，$0 \leqq t \leqq 2$ において $f(t)$ の値域を求める。

$f'(t)=3t^2-3=3(t+1)(t-1)$ であり

$0 \leqq t \leqq 2$ の範囲での増減表は

t	0	$\cdots$	1	$\cdots$	2
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	0	↘	-2	↗	2

① から $|z-w|$ の最大値は $\boldsymbol{2\sqrt{2}\ (t=1,\ 2)}$

(3) xy 平面上で考える。条件 (I) を考慮し

C_1 上の点を P，C_2 上の点を Q として

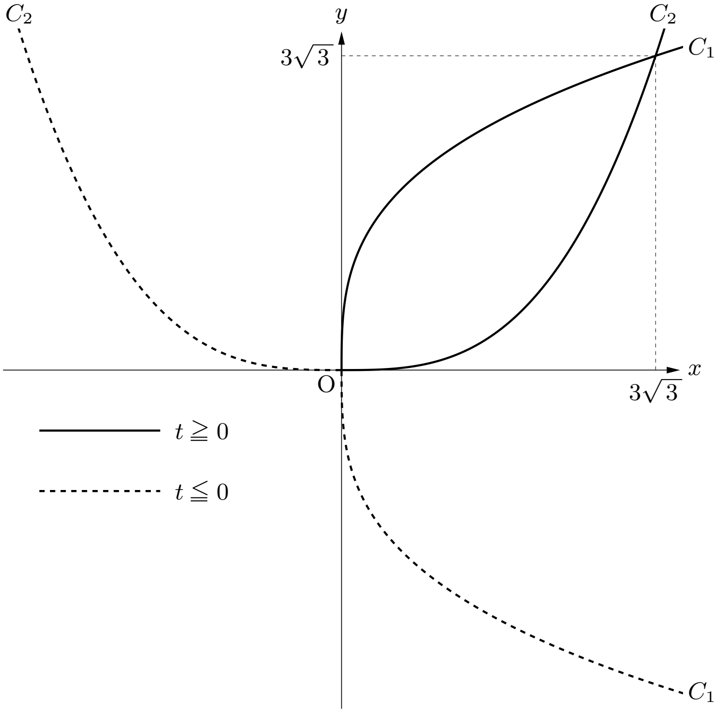
- $t \geqq 0$ のとき

P$(t^3,\ 3t)$，Q$(3t,\ t^3)$ から

C_1 の軌跡は $x=\left(\dfrac{y}{3}\right)^3$，$C_2$ の軌跡は $y=\left(\dfrac{x}{3}\right)^3$ となる。

C_1 と C_2 の共有点の座標は $t^3=3t$ を解いて
$t=0,\ \sqrt{3}$ から $(0,0)$, $(3\sqrt{3},3\sqrt{3})$

- $t \leqq 0$ のとき
  $\mathrm{P}(t^3,-3t)$，$\mathrm{Q}(-3t,t^3)$ から
  C_1 の軌跡は $x=\left(\dfrac{-y}{3}\right)^3$，$C_2$ の軌跡は $y=\left(\dfrac{-x}{3}\right)^3$ となる。
  P は第四象限の点，Q は第二象限の点から C_1 と C_2 の共有点は $(0,0)$ のみ。



$y \geqq 0$ の部分で C_1 と x 軸に挟まれ，$0 \leqq x \leqq 3\sqrt{3}$ の部分の面積を T とする。

$$\begin{aligned}T&=\int_0^{3\sqrt{3}}\frac{1}{27}x^3\,dx\\&=\left[\frac{1}{108}x^4\right]_0^{3\sqrt{3}}\\&=\frac{1}{108}\cdot 81\cdot 9\\&=\frac{27}{4}\end{aligned}$$

C_1，C_2 の対称性を考慮して

$$\begin{aligned}(\text{求める面積})&=\left(3\sqrt{3}\right)^2-2T\\&=27-2\cdot\frac{27}{4}=\boldsymbol{\frac{27}{2}}\end{aligned}$$