

格子点

座標平面(空間)で、すべての座標が整数値である点を格子点という。
ここでは、領域に含まれる格子点の個数を考える。

1 n を自然数とする。座標平面で

$$\begin{cases} 1 \leq x \leq 2^n & \dots \textcircled{1} \\ 0 \leq y \leq \log_2 x & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

を満たす領域内に含まれる格子点の個数を $f(n)$ とする。

- (1) $f(1), f(2), f(3)$ を求めよ。
- (2) $f(n)$ を n を用いて表せ。

2 n を自然数、 p, q は互いに素である自然数とする。

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq np & \dots \textcircled{1} \\ 0 \leq y \leq \frac{q}{p}x & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

を満たす領域内に含まれる格子点の個数を $f(n, p, q)$ で表す。

- (1) $f(1, 7, 3)$ を求めよ。
- (2) $f(1, p, q)$ を p, q を用いて表せ。
- (3) $f(n, p, q)$ を n, p, q を用いて表せ。