

1 $f(x)$ は x の n ($n \geq 2$) 次の整式で、係数はすべて整数で、 $f(0) \neq 0$ とする。

すなわち

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$$

$$a_i \in \mathbb{Z} \ (i = 0, 1, \dots, n-1, n), \ a_n \neq 0, \ a_0 \neq 0$$

次の問に答えよ。

(1) 方程式 $f(x) = 0$ が

有理数の解 $\frac{p}{q}$ (p, q は互いに素, q は自然数) をもつとき, p は a_0 の約数, q は a_n の約数であることを示せ。

(2) (1) の結果と, 方程式 $x^2 = 2$ を考えることで,

「 $\sqrt{2}$ は無理数である」ことを示せ。