

4 モーメント

4.1 力のモーメント

力 P は点 O に対して物体を回転させようとする力を及ぼす。

このように、点 O を中心に回転させようとする力の作用を**力のモーメント**という。

力のモーメントの大きさは次式で表される。

$$M_O = P \cdot a \tag{4.1}$$

P : 作用する力 [N]

a : 点 O から力 P までの距離 [m]
(うでという)

O : モーメントの中心

M : モーメントの大きさ [N・m]

通常、時計回りを正とする。

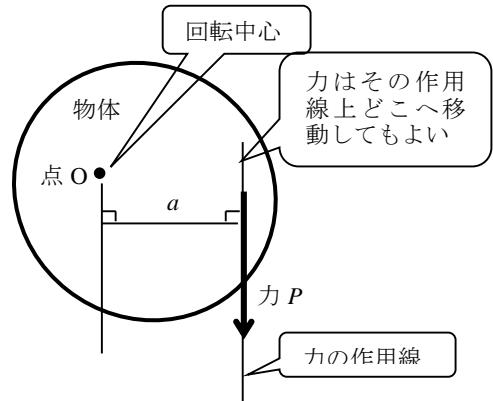


図 4.1

【例題 4.1】 次の各図の O 点に対するモーメントを求めよ。右回りのモーメントを正とする。

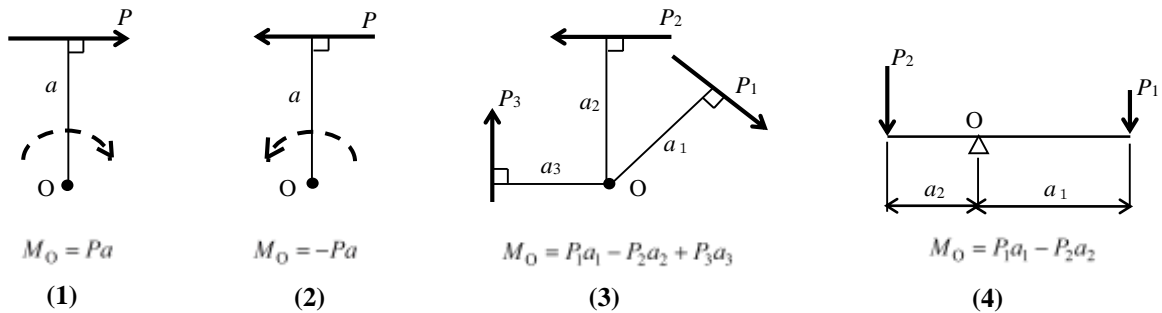


図 4.2

モーメントに対して次のことがいえる：

- 1) モーメントの定義 **(モーメント) = (力) × (距離)**
- 2) 力の作用点をその作用線上どこへ移動させても、モーメントの大きさは変わらない。
- 3) モーメントの中心を力の作用線に平行にどこへ移動させても、モーメントは変わらない。
- 4) モーメントが 0 になるのは $a=0$ の場合である
- 5) モーメント $P \times a$ は、その中心、大きさ、向きを変えないかぎり、他のモーメント $Q \times b$ で置き換えられる。すなわち

$$P \cdot a = Q \cdot b \tag{4.2}$$

- 6) 次項のバリニオンの定理により、1 点に対する多くの力と同じ効果を 1 力で置き換えることができる。

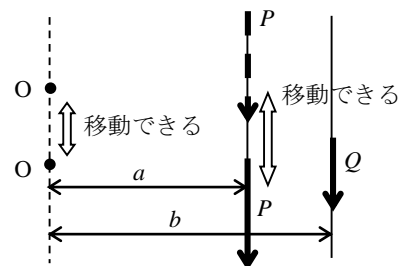


図 4.3

[問題 4.1] 図のような力の点 O のまわりのモーメントを求めよ。右回りのモーメントを正とする。

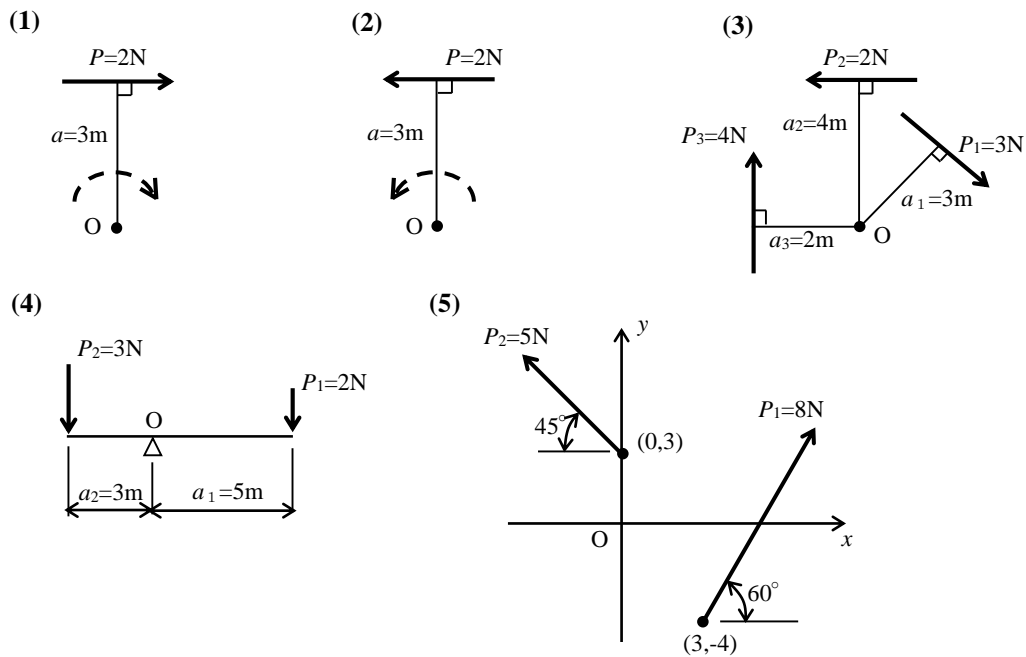


図 4.4

4.2 連力図によるモーメントの図解

力 P の点 C に対するモーメントを連力図を利用して求める。

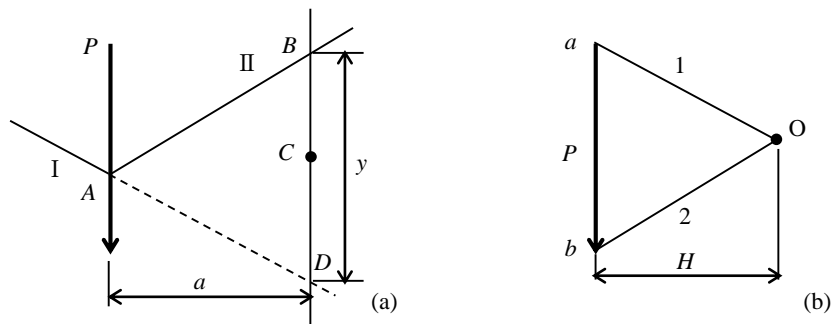


図 4.5

(1) 図(a)の連力図を描き、線 I と線 II とが、点 C を通って P に平行に引かれた直線から切り取る長さを y とする。

(2) 力の多角形において、極 O から力 P に至る距離 H をとれば、 $\triangle ABD \sim \triangle Oab$ より $a : H = y : P$ となり、モーメントの大きさは $M = Pa = Hy$ で与えられる。 H のことを極距 (離) という。

ちょっと休憩[4-1](平方根と3乗)

次の平方根と3乗の値を覚えておくと、何かと便利がよい。

$\sqrt{2} = 1.414$	$\sqrt{3} = 1.732$	$\sqrt{5} = 2.236$	$\sqrt{7} = 2.646$	$\sqrt{8} = 2.828$	$\sqrt{10} = 3.162$		
$2^3 = 8$	$3^3 = 27$	$4^3 = 64$	$5^3 = 125$	$6^3 = 216$	$7^3 = 343$	$8^3 = 512$	$9^3 = 729$

多くの力の C 点に対するモーメントを求める場合には、その合力を求め、次のように上の方法によればよい。

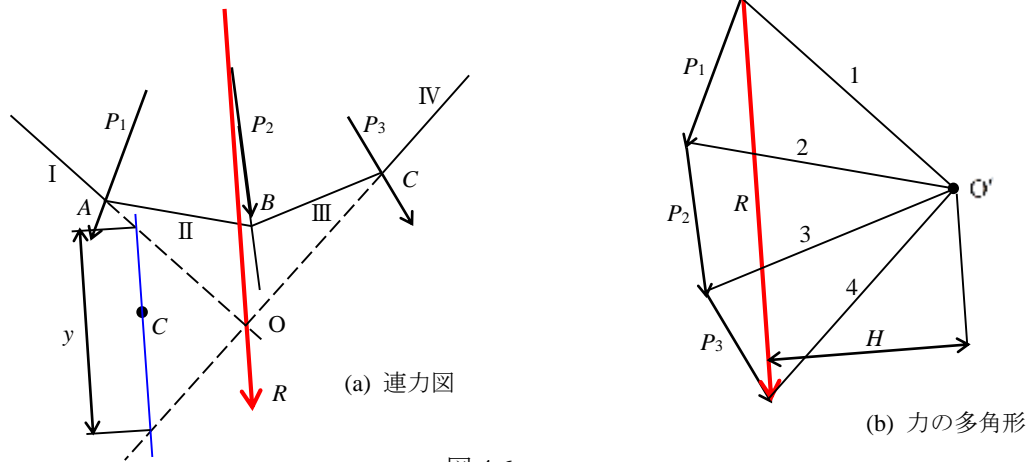


図 4.6

このとき次のことに注意する。

たとえば $H=1, 10, 100$ などとすれば計算が楽になる。
 H は力の多角形の作図に用いた力のスケール。
 y は連力図の作図に用いた長さのスケール

で測る。

4.3 バリニオン (Varignon) の定理

「多くの力の 1 点に対するモーメントの代数和は、これらの力の合力の同じ点に対するモーメントに等しい」

$$M_O = P_1 a_1 + P_2 a_2 + P_3 a_3 = R x \tag{4.3}$$

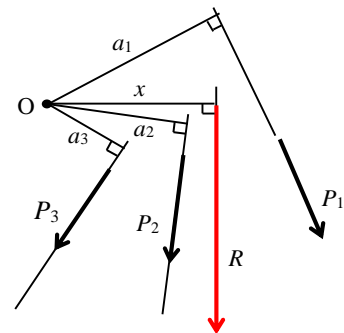


図 4.7

[例題 4.2] 平行な力の合力の位置を求める。

[解] 合力が O 点より右に x の位置に下向きに作用していると仮定する。合力は $R = P_1 + P_2 + P_3$

式(4.3)より、右回りを正とすると $x = \frac{P_1 a_1 + P_2 a_2 - P_3 a_3}{R}$

ここで点 O を P_3 上にとると $a_3=0$ となるから

$$x = \frac{P_1 a_1 + P_2 a_2}{R}$$

となって、計算が簡単になる。

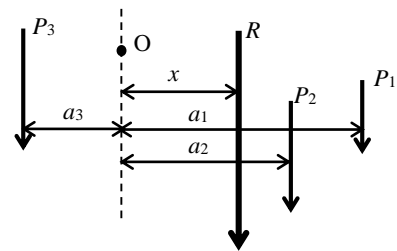
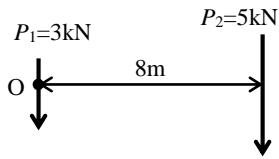


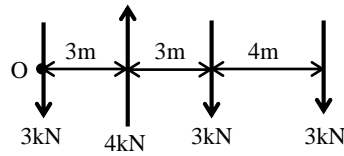
図 4.8

[問題 4.2] 次の各図について、合力の大きさ、向き、点 O からの位置を求めよ。

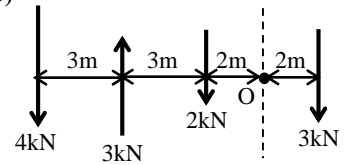
(1)



(2)



(3)



(4)

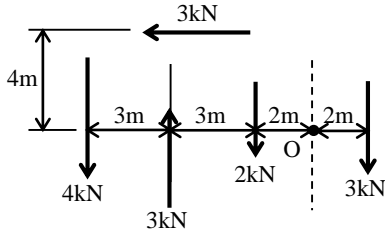


図 4.9

4.4 偶力

「作用線が平行で、大きさが等しく、向きが反対の一对の力」を偶力という。

偶力は物体に作用して回転運動を起こす。

偶力の大きさ : $M=Pa$

(4.4)

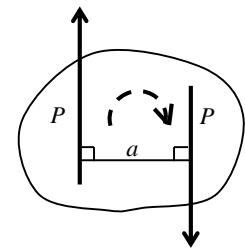


図 4.10

[例題 4.3] O_1 , O_2 , O_3 の各点に対する偶力のモーメントを求めよ。

[解]

O_1 : $M_{O_1} = P(a + a_1) - Pa_1 = Pa$

O_2 : $M_{O_2} = Pa_3 + Pa_2 = P(a_3 + a_2) = Pa$

O_3 : $M_{O_3} = P(a + a_4) - Pa_4 = Pa$

どの点に対しても偶力のモーメントは Pa と同じになる。

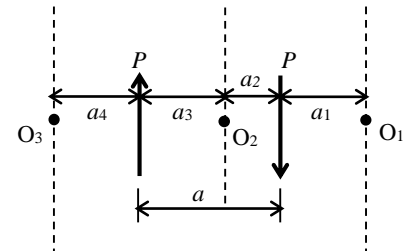


図 4.11