

2 力の釣合い

多くの力の作用を受けて、構造物が静止しているとき、この一組の力は釣合っているという。

2.1 釣合い式

一組の力が釣合いを保つためには次の3つの条件式が成立しなければならない。

$$\left. \begin{array}{l} 1. \text{ 水平方向の力の釣合い} \quad \Sigma H = 0 \\ 2. \text{ 垂直方向の力の釣合い} \quad \Sigma V = 0 \\ 3. \text{ モーメントの釣合い} \quad \Sigma M = 0 \end{array} \right\} \quad (2.1)$$

これを**釣合いの3条件式**といい、この3条件によって、荷重に対する反力、部材力などを求めることができる構造物を**静定構造物**という。また、この3条件式だけで解けない構造物を**不静定構造物**という。

2.2 水平方向の力の釣合い

壁に固定された物体を水平な力 P で引張ると、壁にはそれに抵抗する力 H が誘発され（この H を**反力**という）、この系は動かない（釣合い）状態にある。

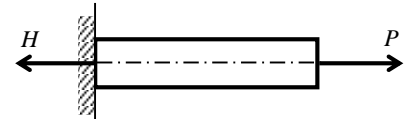


図 2.1

この系全体の水平方向の力の釣合いを考える。右方向の力を正にとると

$$\Sigma \vec{H} = 0 \quad \text{より} \quad P - H = 0 \quad (2.2)$$

式中、 H の上につけた右向きの矢印は右方向の力を正にとるとするという印とする。

上式の**全体に-1を掛けると** $-P + H = 0$ となるが、この式は、図で左向きの力を正にとって釣合い式を立てたものと同じである。すなわち、

$$\Sigma \vec{H} = 0 \quad \text{より} \quad -P + H = 0 \quad (2.3)$$

このことは、**右辺が0であるから、両辺に何を掛けても結果は変わらないから系全体で考えるときはどちら向きを正にとってもよい**ことを示している。これが釣合い式の意味である。

2.3 垂直方向の力の釣合い

同様に鉛直方向の釣合いを考える。下方向の力を正とすると

$$\Sigma V \downarrow = 0 \quad \text{より} \quad P - V = 0 \quad (2.4)$$

上方向の力を正にとっても同じである。

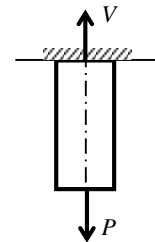


図 2.2

2.4 モーメントの釣合い

モーメントは (力) × (距離) である。

モーメントの中心を O とする。

力 P_1 によるモーメントは、点 O に対してして右回り ($P_1 \cdot a_1$) 。

力 P_2 によるモーメントは、点 O に対してして左回り ($P_2 \cdot a_2$) 。

O 点に関して右回りのモーメントを正として釣合い式を立てると

$$\Sigma \vec{M}_O = 0 \quad \text{より} \quad \vec{P}_1 a_1 - \vec{P}_2 a_2 = 0 \quad (2.5)$$

左回りのモーメントを正にとっても同じ結果が得られる。

[例題 2.1] 図 2.4 に示す力と釣合う力 R の大きさを求めよ.

[解] 上向きの力を正にとり, 釣合う力 R を上向きに, 左端から l の位置にあると仮定すると

$$\sum V \uparrow = 0 \text{ より } \sum V = -3 + 4 + 4 - R = 0$$

ゆえに

$$R = 8 - 3 = 5 \text{ kN}$$

R は正となるので, 仮定どおり下向きである.

O 点で力のモーメントをとると

$$\sum \vec{M}_O = -4 \times 3 + R \times l - 4 \times 7 = 0$$

より

$$l = \frac{12 + 28}{R} = \frac{40}{5} = 8 \text{ m}$$

O 点の右 8m のところに下向きの力 5kN が作用して釣合っている.

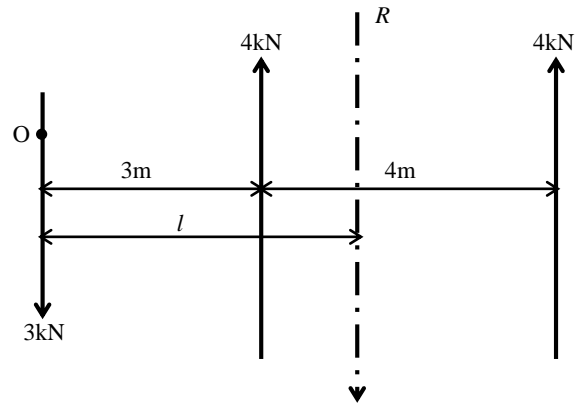


図 2.4

2.5 反力の計算

部材に力を加えると, それを支えている支点到に反力を生ずる.

(1) 図 2.1 の場合: 式(2.1)又は式(2.2)より, 反力は $H=P$.

(2) 図 2.1 の場合: 式(2.3)より, 反力は $V=P$.

(3) 図 2.5: はり

2 点 A, B で支えられた部材をはりといい, 支える点を支点という. このはりの点 C に外力 (荷重という) が作用しているとき, これらの支点では反力 R_A, R_B が生じる.

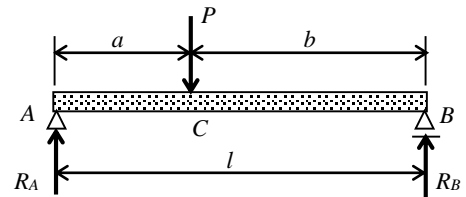


図 2.5

A 点でモーメントの釣合いをとると

$$\sum \vec{M}_A = P \times a - R_B \times l = 0 \implies \therefore R_B = \frac{P}{l} a$$

同様に B 点でモーメントの釣合いをとると

$$\sum \vec{M}_B = R_A \times l - P \times b = 0 \implies \therefore R_A = \frac{P}{l} b$$

あるいは

$$\sum V \uparrow = 0 \text{ より } R_A - P + R_B = 0$$

より, どちらかの反力を代入すれば, もう一方が求まる.

[問題 2.1] 次のはりの反力を求めよ.

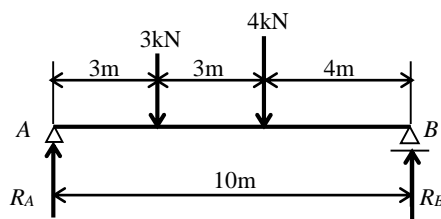


図 2.6

[答] $R_A = 3.7 \text{ kN}, R_B = 3.3 \text{ kN}$

2.6 部材力の計算

荷重によって部材に生じる力を**部材力**という。

C 点の近くで部材を切断し、その**切断面より出る方向に部材力を作用させる**。図(b)のように切出したものを自由物体という。

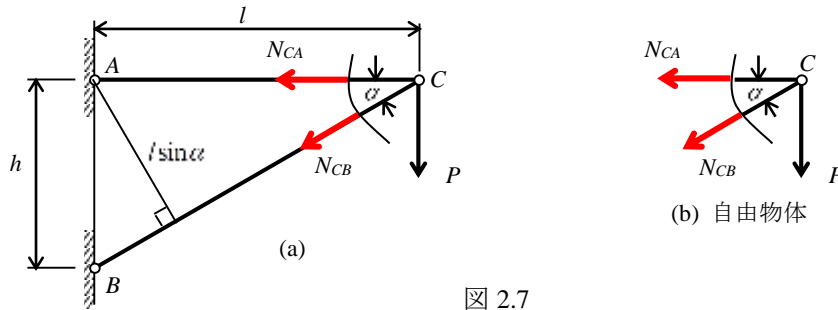


図 2.7

自由物体の釣合いを考える。

$$\sum V \downarrow = 0 \text{ から } \sum V = N_{CB} \sin \alpha + P = 0, \quad \therefore N_{CB} = -\frac{P}{\sin \alpha}$$

$$\sum \overset{\leftarrow}{H} = 0 \text{ から } \sum H = N_{CA} + N_{CB} \cos \alpha = 0, \quad N_{CA} = -N_{CB} \cos \alpha = \frac{P \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{P}{\tan \alpha}$$

が得られる。

また、点 A, B でモーメントの釣合いをとって、次のように求めてもよい。

$$\sum M_A = Pl + N_{CB} l \sin \alpha = 0, \quad \sum M_B = -N_{CA} h + Pl = 0$$

[問題 2.2] 次の各図の部材 AC, BC に働く力を求めよ。

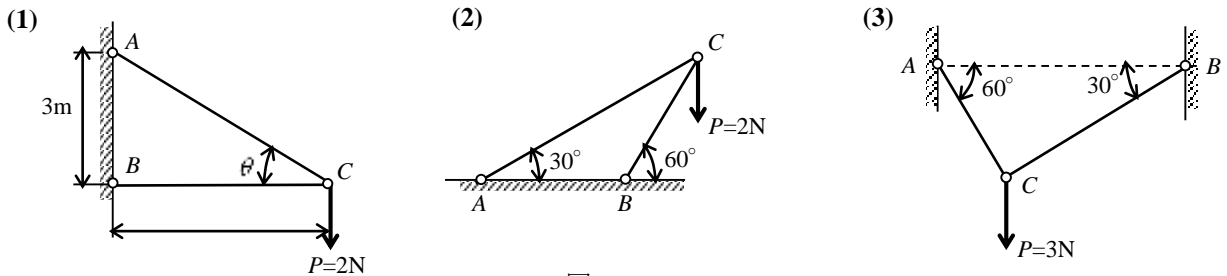


図 2.8

[問題 2.3] 次の各図の力 R_A, R_B を求めよ。

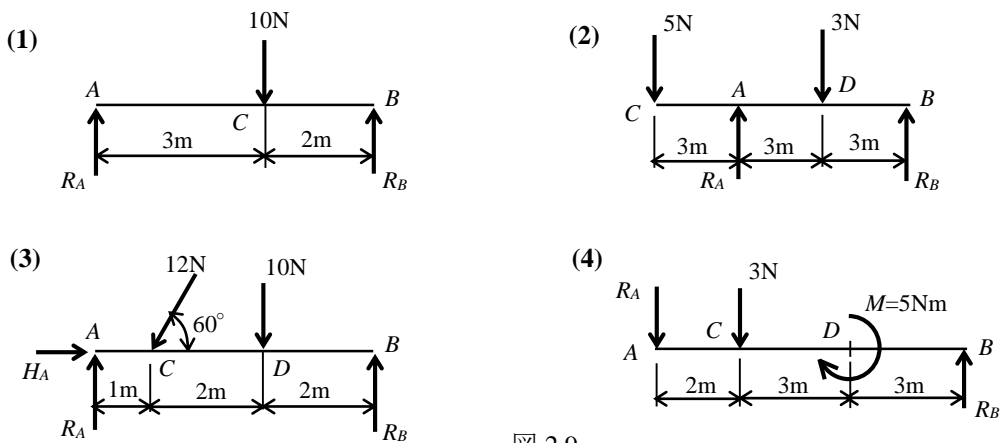


図 2.9

[参考] 力の大きさを図形的に求める.

2.6項のような1点に会する3力が釣合っている場合は、力の大きさは図形的に求めることができる.

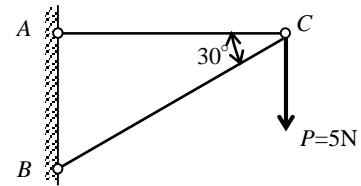


図 2.10

[解]

(1) まず、与えられている力 $P=5\text{N}$ を力の縮尺でその作用方向に描く。例えば鉛直下向きに 5cm の縮尺で ab の大きさに描く (図 2.11)。

(2) 次に b から BC に平行に bc を描く。

(3) 最後に c から AC に平行に ca を描く。

(4) 力の大きさは bc, ca をスケールで測って求める。

(5) 図は a から出発して b, c, a と一巡して最初に戻る。すなわち三角形が閉じる。

(6) 力の方向は部材 BC は図 2.11 に矢印で示すように b から c 、部材 AC は c から a の方向に働く。

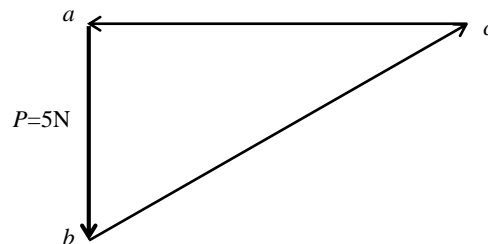


図 2.11

これは3力だけでなく多くの力が釣合っている場合にも適用でき、ここに見られるように、力の多角形が閉じることが必要である (4章参照)。

ちょっと休憩[2-1] (作用と反作用)

私と子供が両手で押し合ったとする。私がちょっと押しと子供はそれに似合った力で押し返す。私がもう少し力をいれると、やはり子供は踏ん張って押し返す。もっと力をいれて押しと、子供は後ずさりするかひっくり返ってしまう。

私が壁を押すと、壁は私の力に対抗する力で押し返していると思われる。私が 10kgf の力で押しと壁は 10kgf の力で、 20kgf の力で押しと壁は 20kgf の力で押し返しているに違いない。

私の体重は 56kg である。私が床に立っているとすると、私は床を重さ 56kg の力 (56kgf あるいは 549.4N) で押ししている。これは私が床にしている作用であり、逆に床は私を 56kgf (549.4N) で押し返していなければならない。これは床の反作用である。

この作用と反作用が崩れたらおかしなことになってしまう。作用が反作用より大きければ、床は壊れて落ちこちてしまうし、逆であればどうなるのであろうか。

子供は意思を持って押し返しているのであるが、意思のない壁や床はどのようにしてその押し返す力を出しているのだろうか？

参考文献：石川廣三訳，J.E.ゴードン著，構造の世界，丸善株式会社，1991

