# 20 トラスの影響線

## 20.1　トラスの影響線

### 20.1.1　ワーレントラスの影響線

(1)　反力影響線は，はりの場合と同じ.

(2)　求めようとする部材の一般式を求める.

(例)　$U_1=-\dfrac{M_2}{h}$ ,　　$D_3=-\dfrac{Q_{2-4}}{\sin\theta}$ ,　　$L_2=\dfrac{M_3}{h}$

(3)　上式の分子は，間接荷重ばりの影響線である.

せん断力 $Q_{2-4}$ は節点 2 と 4 で影響線を補正する(直線で結ぶ)ことを示している.

モーメント $M_3$ は節点 3 が上弦材にあるため，断面で切断した節点 2 と 4 で補正する

モーメント $M_2$ は節点 2 が下弦材にあるため，そのままでよい.

(4)　(3)で描いた影響線の縦距をそれぞれ $-\dfrac{1}{h}$, $-\dfrac{1}{\sin\theta}$, $\dfrac{1}{h}$ 倍すればよい.

［**例題 20.1**］ワーレントラスの影響線（荷重は下弦載荷とする）

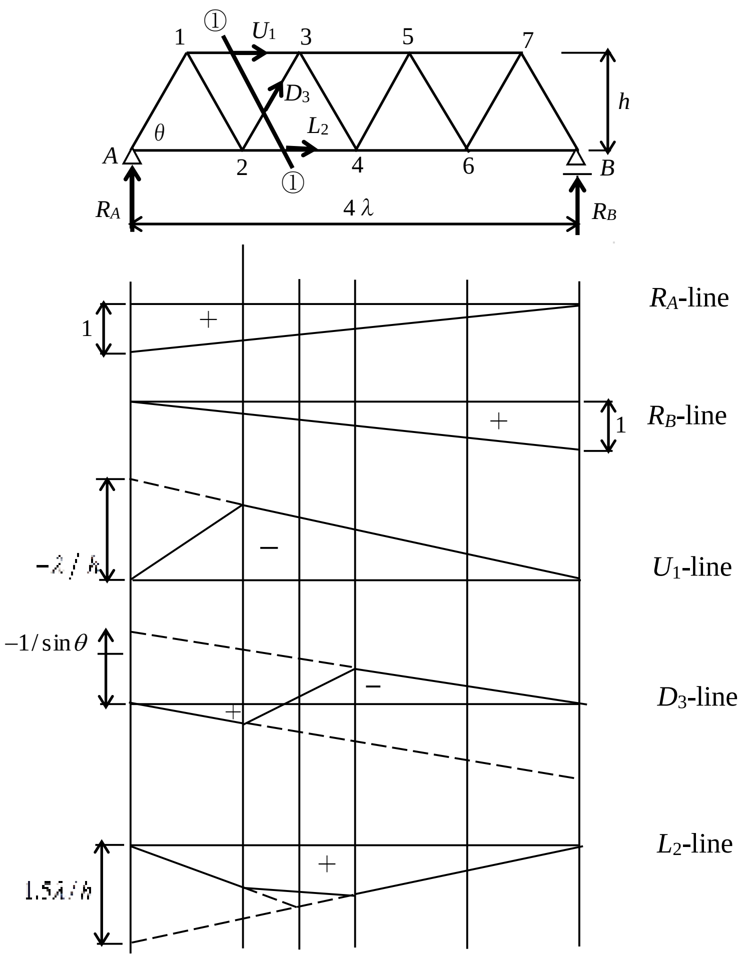


図 20.1

反力影響線は，はりの場合と同じ.

$U_1$ の一般式は

$$U_1=-\frac{M_2}{h}$$

この式は，はりの $M_2$ の影響線を $-\dfrac{1}{h}$ 倍したものを示している.

$D_3$ の一般式は

$$D_3=-\frac{Q_{2-4}}{\sin\theta}$$

切断面①が通る間接荷重ばりの部材 2-4 のせん断力影響線を $-\dfrac{1}{\sin\theta}$ 倍したものである.

節点 2-4 の間は補正する.

$L_2$ の一般式は

$$L_2=\frac{M_3}{h}$$

この式は，はりの $M_3$ の影響線を $\dfrac{1}{h}$ 倍したものを示している.

節点 2-4 の間は補正する.

### 20.1.2　曲弦トラスの影響線

［**例題 20.2**］次の曲弦トラスの指定された部材の影響線を描け．

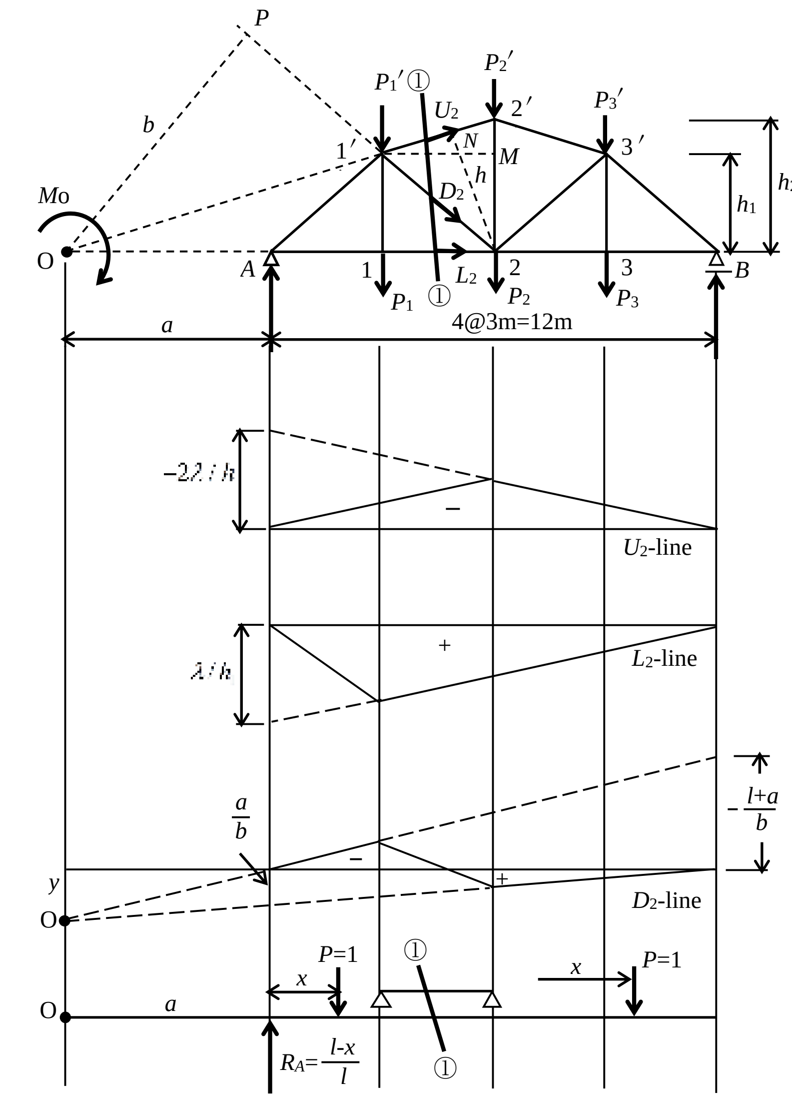


図 20.2

一般式を求める．
(一般式を求めるために，特に外力を作用させて取り扱う)

上弦材 $U_2$：

$$\sum M_2 = 0$$

$$R_A \cdot 2\lambda - (P_1 + P_1') \cdot \lambda + U_2 \cdot h = 0$$

$$\therefore\ U_2 = \frac{R_A \cdot 2\lambda - (P_1 + P_1') \cdot \lambda}{h}$$

$$= -\frac{M_2}{h}$$

下弦材 $L_2$：

$$\sum M_1 = 0$$

$$R_A \cdot \lambda - L_2 \cdot h_1 = 0$$

$$\therefore\ L_2 = \frac{R_A \cdot \lambda}{h_1} = \frac{M_1}{h_1}$$

斜材 $D_2$ ： 単位荷重 $P$=1 が移動すると考え，点 O に対するモーメント $\sum \overset{\frown}{M_{\mathrm{O}}} = 0$ をとる（点 O に対して右回りを正とする）．

1)　$2\lambda < x < l$

$$-R_A \cdot a + D_2 \cdot b = 0,\ \ \therefore\ D_2 = \frac{a}{b}\left(1 - \frac{x}{l}\right),$$

$$x = 0 : D_2 = \frac{a}{b},\ \ x = l : D_2 = 0$$

2)　$0 < x < \lambda$

$$-R_A \cdot a + 1 \cdot (a + x) + D_2 \cdot b = 0,\ \ \therefore\ D_2 = \frac{1}{b}\left(\frac{l - x}{l} a - (a + x)\right) = -\left(\frac{a}{l} + 1\right)\frac{x}{b},$$

$$x = 0 : D_2 = 0,\ \ x = l : D_2 = -\frac{l + a}{b}$$

---

注）点 O で一致することの検証：

$$\frac{y}{a} = \frac{(l + a)/b}{l},\ \ y = \frac{l + a}{bl} a \quad \text{および} \quad \frac{y}{a + l} = \frac{a/b}{l},\ \ y = \frac{a(a + l)}{bl}$$

### 20.1.3　移動する部分分布荷重

［**例題 20.3**］長さ $D$ の分布荷重が移動するとき，上弦材 $U_3$ に最大部材力を生じる位置 $x$ を求めよ．

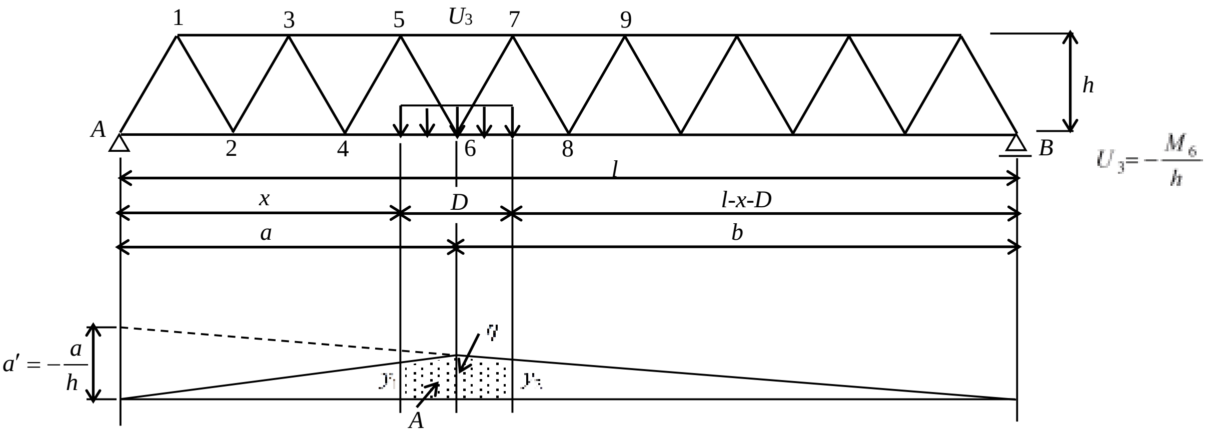


図 20.3

［解］　影響線の縦距は

$$\eta=-\frac{a'b}{l},\quad y_1=-\frac{\eta}{a}x,\quad y_2=-\frac{\eta}{b}(l-x-D) \tag{20.1}$$

荷重下の面積は

$$\begin{aligned}A&=-\left[\frac{1}{2}(a-x)(\eta+y_1)+\frac{1}{2}\{b-(l-x-D)\}(\eta+y_2)\right]\\&=-\left[\frac{1}{2}(a-x)\eta\left(1+\frac{x}{a}\right)+\frac{1}{2}\{b-(l-x-D)\}\eta\left(1+\frac{l-x-D}{b}\right)\right]\\&=-\frac{\eta}{2}\left[\frac{a^2-x^2}{a}+\frac{b^2-(l-x-D)^2}{b}\right]\end{aligned} \tag{20.2}$$

この面積が最大になるためには

$$A=-\frac{\eta}{2}\left[\frac{-2x}{a}+\frac{-2(l-x-D)(-1)}{b}\right]=-\eta\left[\frac{-x}{a}+\frac{l-x-D}{b}\right]=0,$$

$$\therefore\quad \frac{x}{a}=\frac{l-x-D}{b} \tag{20.3}$$

これを式(20.1)に代入すると

$$y_1=y_2 \tag{20.4}$$

が成立する．すなわち，荷重下の両端の縦距が等しいことが条件となる．したがって，式(16.3)より最大の部材力が生じる位置は

$$x=a\left(1-\frac{D}{l}\right) \tag{20.5}$$

このときの面積は

$$\begin{aligned}A&=-\left[\frac{1}{2}(a-x)(\eta+y_1)+\frac{1}{2}\{b-(l-x-D)\}(\eta+y_2)\right]\\&=-\frac{1}{2}(\eta+y_1)(a-x+b-l+x+D)\\&=-\frac{1}{2}D(\eta+y_1)=-\frac{1}{2}\eta D\left(1+\frac{1}{a}x\right)=-\eta D\left(1-\frac{1}{2}\frac{D}{l}\right)\end{aligned} \tag{16.6}$$

［**例題 20.4**］長さ $D$ の分布荷重が移動するとき，斜材 $D_6$ に最大部材力を生じる位置 $x$ を求めよ.

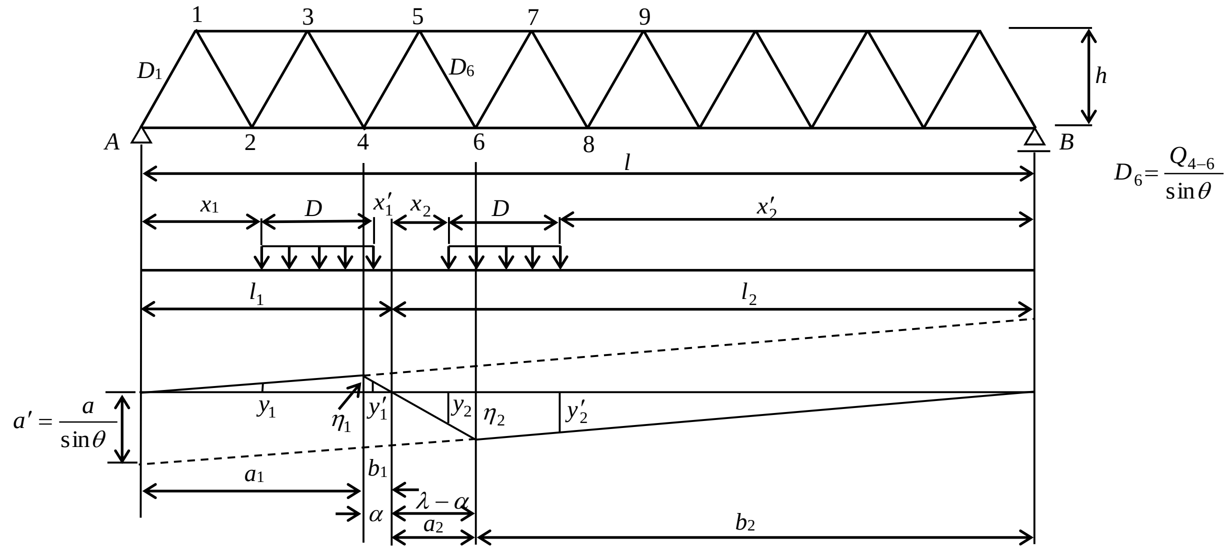


図 20.4

［解］　影響線の符号が変わる位置を求め，$l_1, l_2$ を上弦材の式の $l$ として計算する.

$$\eta_1=-\frac{a'a_1}{l},\quad y_1=-\frac{\eta_1}{a_1}x_1,\quad y_1'=-\frac{\eta_1}{b_1}x_1',\qquad \eta_2=\frac{a'a_2}{l},\quad y_2=\frac{\eta_2}{a_2}x_1,\quad y_2'=\frac{\eta_2}{b_2}x_2', \tag{20.7}$$

ゆえに　$\dfrac{\eta_1}{\eta_2}=\dfrac{\alpha}{\lambda-\alpha}$　より　$\alpha=\dfrac{a_1\lambda}{a_1+b_2}$

また　$l_1=a_1+\alpha=a_1\left(1+\dfrac{\lambda}{a_1+b_2}\right),\qquad l_2=(\lambda-\alpha)+b_2=b_2\left(1+\dfrac{\lambda}{a_1+b_2}\right),$

であるから

$$x_1=a_1\left(1-\frac{D}{l_1}\right),\qquad x_2=a_2\left(1-\frac{D}{l_2}\right) \tag{20.8}$$

荷重下の面積は　1) 負の場合：

$$A=-\left[\frac{1}{2}(a_1-x_1)(y_1+\eta_1)+\frac{1}{2}(b_1-x_1')(y_1'+\eta_1)\right]=-\frac{1}{2}(y_1+\eta_1)(a_1-x_1+b_1-x_1')$$

$$=-\frac{1}{2}D(y_1+\eta_1)=-\frac{1}{2}\eta_1 D\left(1+\frac{x_1}{a_1}\right)=-\eta_1 D\left(1-\frac{1}{2}\frac{D}{l_1}\right) \tag{20.9}$$

ただし，$a_1+b_1=l_1,\quad x_1+x_1'=l_1-D$

2)　正の場合：

$$A=\frac{1}{2}(a_2-x_2)(y_2+\eta_2)+\frac{1}{2}(b_2-x_2')(\eta_2+y_2')=\frac{1}{2}(y_2+\eta_2)(a_2-x_2+b_2-x_2')$$

$$=\frac{1}{2}D(y_2+\eta_2)=\frac{1}{2}\eta_2 D\left(1+\frac{x_2}{a_2}\right)=\eta_2 D\left(1-\frac{1}{2}\frac{D}{l_2}\right) \tag{20.10}$$

ただし，$a_2+b_2=l_2,\quad x_2+x_2'=l_2-D$

端材 $D_1$ の場合は式(20.8)において，$a_1$ を $\lambda$, $l_1$ を $l$ におき直すと，$x=\lambda\left(1-\dfrac{D}{l}\right)$,

したがって面積は，$\eta_1$ を $\eta$ におき直して，$A=-\eta D\left(1-\dfrac{1}{2}\dfrac{D}{l}\right)$ で表される.

［**例題 20.5**］長さ $D$ の分布荷重が移動するとき，下弦材 $L_3$ に最大部材力を生じる位置 $x$ を求めよ．

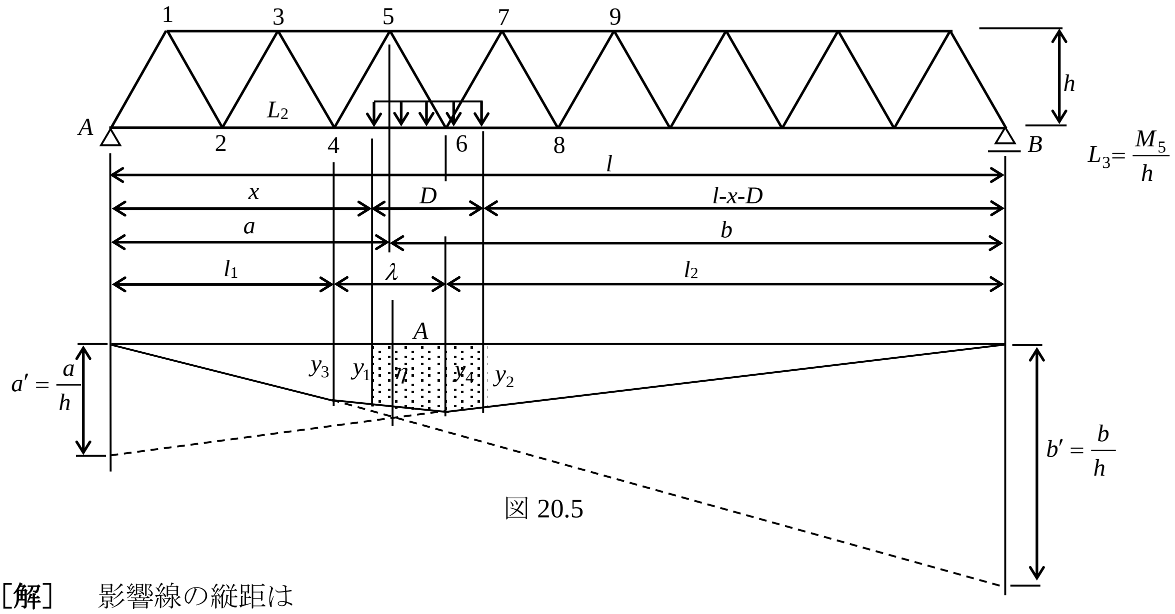


図 20.5

［**解**］　影響線の縦距は

$$\eta=\frac{a'b}{l},\quad y_1=\eta\left[\frac{l_1}{a}+\frac{1}{\lambda}\left(\frac{l_2}{b}-\frac{l_1}{a}\right)(x-l_1)\right],\quad y_2=\frac{\eta}{b}(l-x-D),\quad y_3=\frac{\eta l_1}{a},\quad y_4=\frac{\eta l_2}{b} \tag{20.11}$$

荷重下の面積は

$$\begin{aligned}
A&=\frac{1}{2}(l_1+\lambda-x)(y_1+y_4)+\frac{1}{2}(x+D-l_1-\lambda)(y_4+y_2)\\
&=\frac{1}{2}(l_1+\lambda-x)\left[\eta\left\{\frac{l_1}{a}+\frac{1}{\lambda}\left(\frac{l_2}{b}-\frac{l_1}{a}\right)(x-l_1)\right\}+\frac{\eta}{b}l_2\right]+\frac{1}{2}(x+D-l_1-\lambda)\eta\left\{\frac{l_2}{b}+\frac{1}{b}(l-x-D)\right\}\\
&=\frac{\eta}{2}\left[(l_1+\lambda-x)\left\{\frac{l_1}{a}+\frac{l_2}{b}+\frac{1}{\lambda}\left(\frac{l_2}{b}-\frac{l_1}{a}\right)(x-l_1)\right\}+\frac{1}{b}\{l_2-(l-x-D)\}\{l_2+(l-x-D)\}\right]\\
&=\frac{\eta}{2}\left[\left(\frac{l_1}{a}+\frac{l_2}{b}\right)l_1+\frac{l_1}{\lambda}\left(\frac{l_2}{b}-\frac{l_1}{a}\right)(x-l_1)+\left(\frac{l_1}{a}+\frac{l_2}{b}\right)\lambda+\left(\frac{l_2}{b}-\frac{l_1}{a}\right)(x-l_1)-\left(\frac{l_1}{a}+\frac{l_2}{b}\right)x\right.\\
&\qquad\left.-\frac{1}{\lambda}\left(\frac{l_2}{b}-\frac{l_1}{a}\right)x(x-l_1)+\frac{1}{b}\left(l_2^2-l^2-x^2-D^2+2lD+2lx-2xD\right)\right]
\end{aligned} \tag{20.12}$$

この面積が最大になるためには

$$\begin{aligned}
\frac{dA}{dx}&=\frac{\eta}{2}\left[\frac{l_1}{\lambda}\left(\frac{l_2}{b}-\frac{l_1}{a}\right)+\left(\frac{l_2}{b}-\frac{l_1}{a}\right)-\left(\frac{l_1}{a}+\frac{l_2}{b}\right)-\frac{2}{\lambda}\left(\frac{l_2}{b}-\frac{l_1}{a}\right)x+\frac{l_1}{\lambda}\left(\frac{l_2}{b}-\frac{l_1}{a}\right)-\frac{2}{b}x+\frac{2l}{b}-\frac{2D}{l}\right]\\
&=\frac{\eta}{2}\left[\frac{2l_1}{\lambda}\left(\frac{l_2}{b}-\frac{l_1}{a}\right)-\frac{2l_1}{a}-\frac{2\lambda}{\lambda}\left(\frac{l_2}{b}-\frac{l_1}{a}\right)+\frac{2}{b}(l-x-D)\right]
\end{aligned} \tag{20.13}$$

が 0 となればよい．これより

$$x=\frac{l_1l_2a-l_1b(\lambda+l_1)+\lambda al-\lambda aD}{l_2a+\lambda a-l_1b}=\frac{l_1l_2l-l\,l_1b+\lambda a(l-D)}{l(a-l_1)} \tag{20.14}$$

これを式(1)に代入すると

$$y_1=y_2 \tag{20.15}$$

が成立する．すなわち，荷重下の両端の縦距が等しいことが条件となる．

## 20.2　影響線問題

［**問題 20.1**］次の各トラスの指定された部材の影響線を描け.

**(1)**

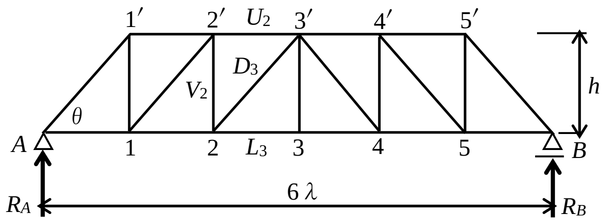


図 20.6

**(2)**

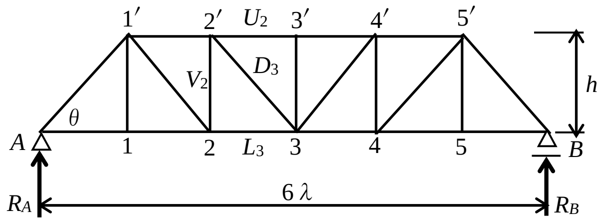


図 20.7

**(3)**

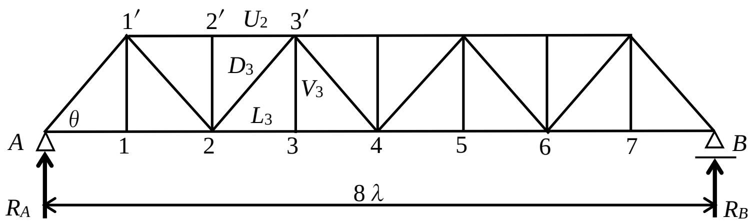


図 20.8

**(4)**

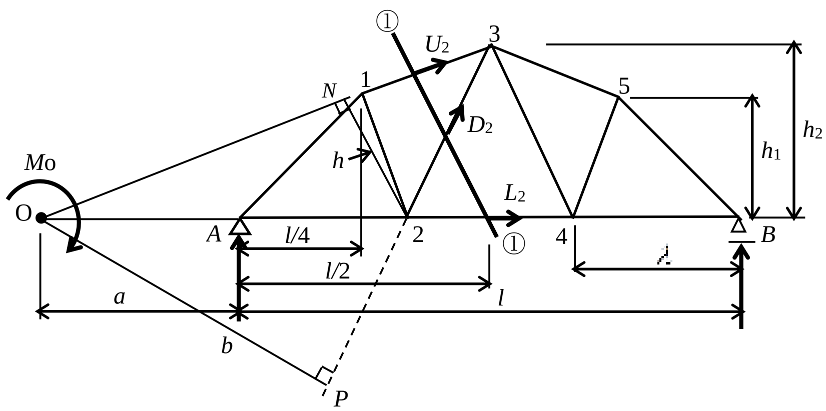


図 20.9

**(5)**

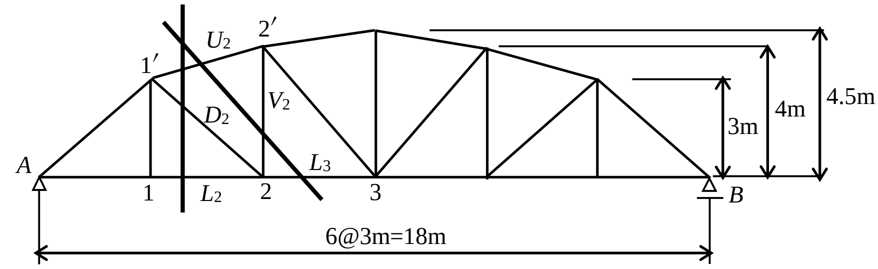


図 20.10

**(6)**　次の K トラスの指定された部材力を影響線を用いて求めよ.

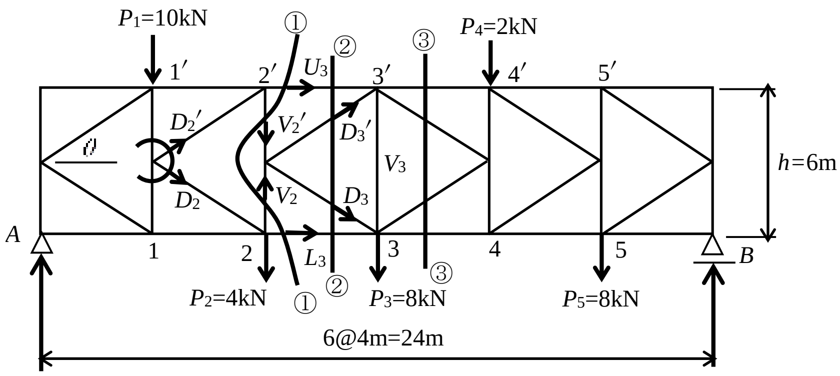


図 20.11