17 静定ラーメン

ラーメンははりと違って 2 時限的な広がりを持つため，その曲げモーメント図，せん断力図を描くためには，やはり何らかの規則を作っておかなければ描けない．自分で適当に決めて描いてもよいが，人にもわからなければならないので，それなりの工夫を要する．

17.1　門形ラーメン

曲げモーメント図を描くにあたって次の設定をする．
「破線を施した側が引張りとなる曲げモーメントを正とする」．
「門形ラーメンでは内側を＋，外側を－として曲げモーメント図を描く」．

軸力，せん断力は，はりに関しては上側，柱に関しては右側を正として描くことにする．

［**例題 17.1**］次の門形ラーメン（図(a)）の曲げモーメント図，せん断力図，軸力図を描け．

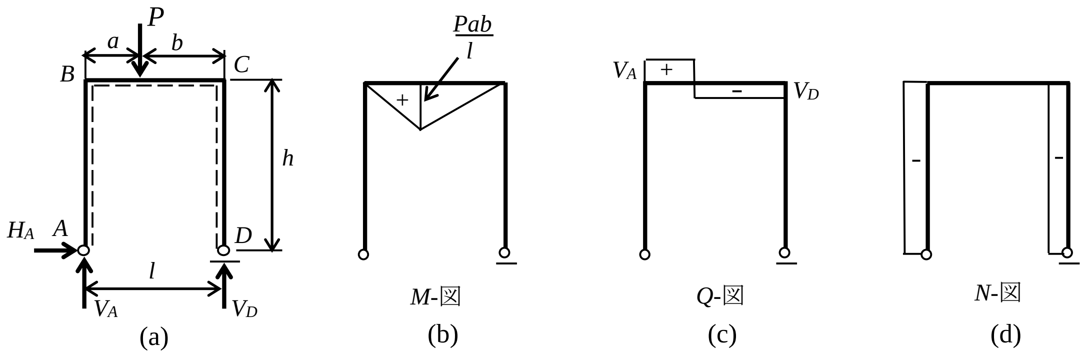


図 17.1　門形ラーメン

［**解**］静定構造物であるから反力は，はりと同様にして求める．

$$\sum M_D = 0 \text{ より } V_A l - Pb = 0, \ \therefore V_A = \frac{Pb}{l}$$

したがって

$$V_D = \frac{Pa}{l}$$

一般には，支点 A はヒンジ支点であるから水平反力が生じ，支点 D はローラー支点であるから水平反力は生じない，

これらは集中荷重の作用する単純ばりの場合とまったく同様である．したがって次のようなことが言える．

1. 水平荷重が働かないから，水平反力は 0 である．
2. 曲げモーメント図は，はり部材 BC のみに生じる．
3. 曲げモーメント図は，はり部材 BC を単純ばりとして描けばよい．
4. 曲げモーメント図は，内側或いは破線を施した側が引張りとなる曲げモーメントを正とする．

［**例題 17.2**］次の門形ラーメンの曲げモーメント図を描け.

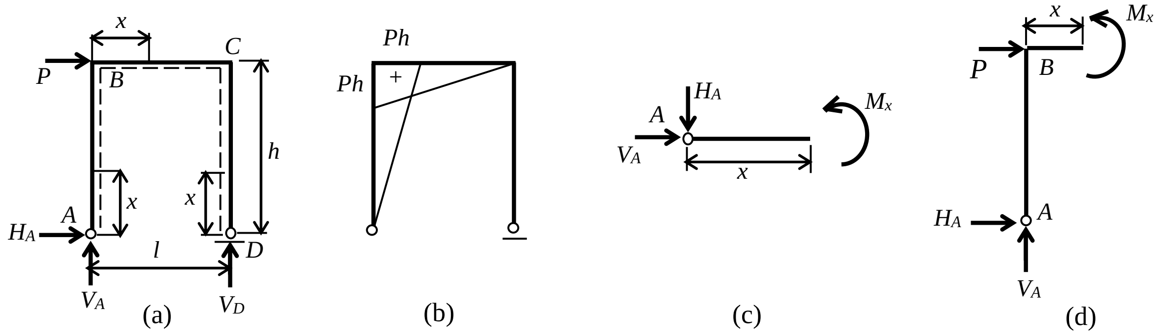


図 17.2

［**解**］反力

$$\left.\begin{aligned}&\sum H=0\ :\ H_A=-P\\&\sum V=0\ \ :\ V_A=-V_D\\&\sum M_A=0\ :\ P\cdot h-V_D\cdot l=0,\quad \therefore V_D=\frac{Ph}{l}=-V_A\end{aligned}\right\}$$

曲げモーメント

1) 柱 AB ： A から B の方向に考える（図(c)）.

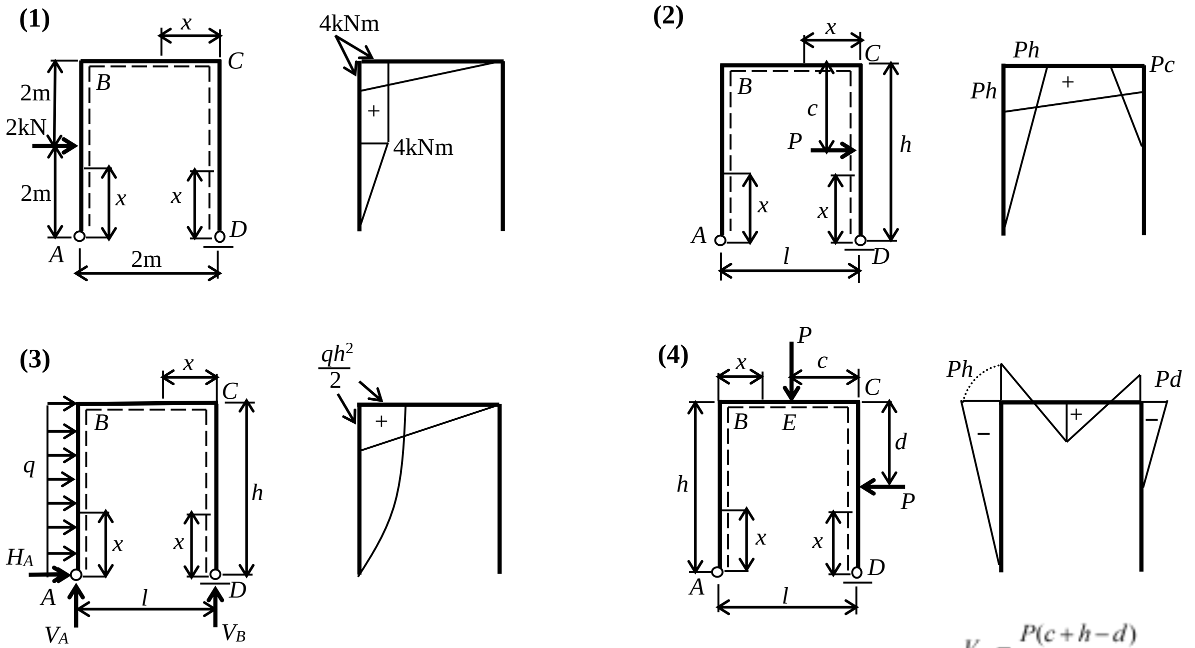
$$M_x=-H_A\cdot x=Px$$
$$x=0:M_A=0,\quad x=h:M_B=Ph$$

2) はり BC ： はり BC の点 x より左側のモーメント釣合いを考える（図(d)）.

$$M_x=V_A\cdot x-H_A\cdot h=-\frac{h}{l}Px+Ph,\quad x=0:M_B=Ph,\ x=l:M_C=0$$

3) 柱 CD ： D から C の方向に考える．水平反力 H_D=0 のため $M_x=0$

［**例題 17.3**］次の門形ラーメンの曲げモーメント図を描け（曲げモーメント図を各問題の右に示す）.



$$V_A=-\frac{qh^2}{2l}=-V_D,\quad H_A=-qh$$

$$V_A=\frac{P(c+h-d)}{l}$$
$$M_E=V_A(l-c)-H_Ah$$

図 17.3

［**例題 17.4**］次の門形ラーメンの曲げモーメント図を描け．ただし，l=5m，h=6m，M=10kNm とする（曲げモーメント図を各問題の右に示す）．

［**解**］反力はすべて $H_A = 0$, $V_A = -2\text{kN}$, $V_D = 2\text{kN}$．したがって，M-図は右のようになる．

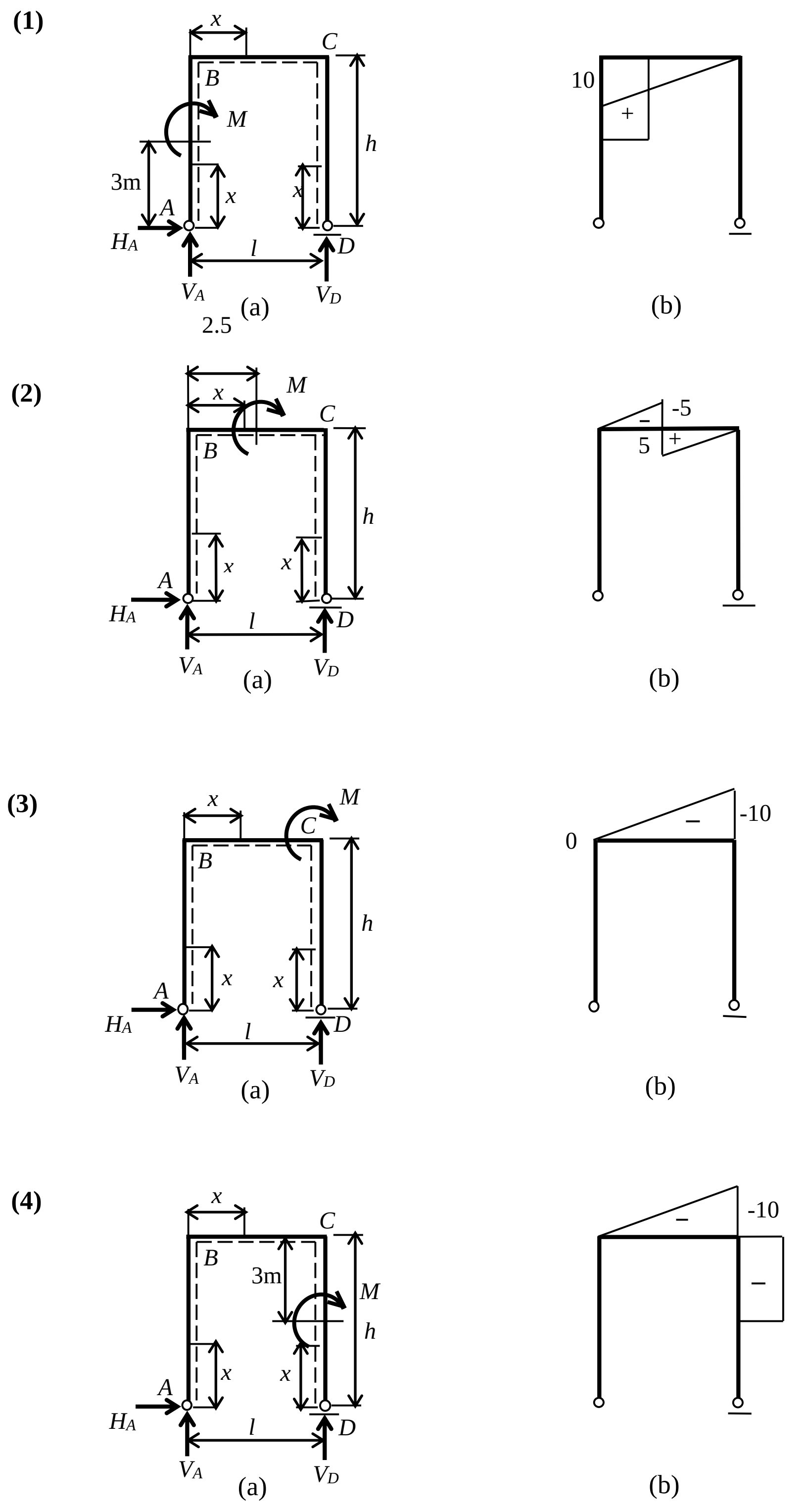


図 17.4

17.2　3 ヒンジドラーメン

［**例題 17.5**］次の 3 ヒンジドラーメンの曲げモーメント図を描け.

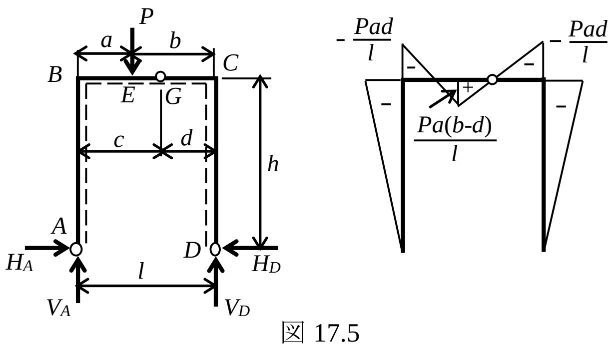


図 17.5

［**解**］点線を施した側が引張りとなる曲げモーメントを正とする.

鉛直反力：　$V_A = \frac{Pb}{l}$,　$V_D = \frac{Pa}{l}$

水平反力：　点 G の曲げモーメントが 0 となることから点 G に関して左側のモーメントの釣合いをとる.

$$\sum M_G = 0 \text{ ：}\quad V_A \cdot c - H_A \cdot h - P(c-a) = 0,\ \therefore H_A = \frac{Pad}{hl} = H_D$$

曲げモーメント：

$$M_B = -H_A \cdot h = -\frac{Pad}{l} = M_C,\quad M_E = V_A a - H_A \cdot h = \frac{Pa(b-d)}{l}$$

［**例題 17.6**］次の 3 ヒンジドラーメンの曲げモーメント図を描け.

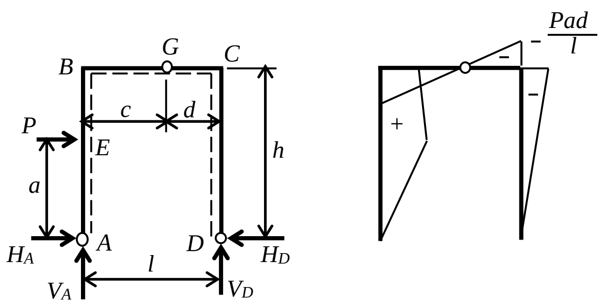


図 17.6

［**解**］$V_A = -V_D$,　$P + H_A = H_D$

$$\sum M_D = 0 \text{ ：}\quad V_A l + Pa = 0,\ \therefore V_A = -\frac{Pa}{l} = -V_D$$

$\sum M_G = 0$ ：　右側を考える.

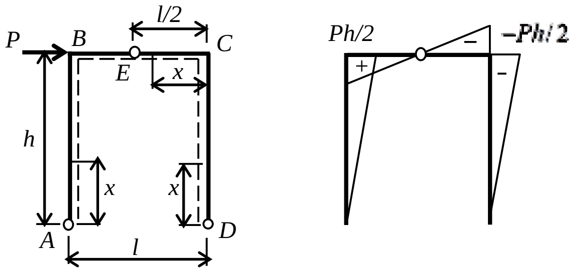
$$V_D d - H_D h = 0,\ \therefore H_D = V_D \frac{d}{h} = \frac{Pad}{lh}$$

$$H_A = H_D - P = \frac{Pad}{lh} - P = P\left(\frac{ad}{lh} - 1\right)$$

$$M_C = -H_D h = -\frac{Pad}{l},\quad M_E = -H_A a = Pa\left(1 - \frac{ad}{lh}\right),\quad M_B = -H_A \cdot h - P(h-a) = Pa\left(1 - \frac{d}{l}\right)$$

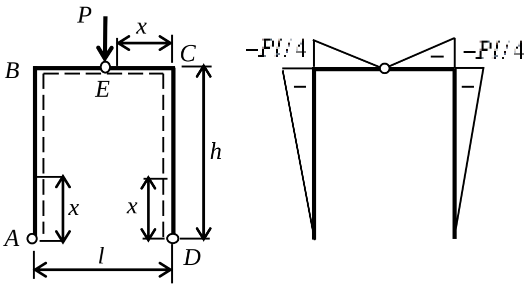
［**例題 17.7**］次の 3 ヒンジドラーメンの曲げモーメント図を描け．ただし，ヒンジは部材 BC の中間とする（曲げモーメント図を各問題の右に示す）．

(1)



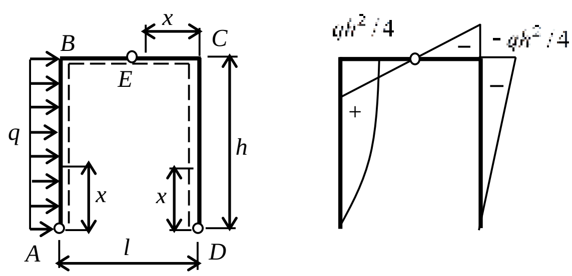
$$\sum M_D = 0:\ V_A l + Ph = 0,$$
$$\therefore\ V_A = -Ph/l = -V_D$$
$$\sum M_E = 0:\ H_D h - V_D l/2 = 0,$$
$$\therefore\ H_D = V_D l/2h = P/2 = -H_A$$
$$M_B = -H_A h = Ph/2,\quad M_C = -H_D h = -Ph/2$$

(2)



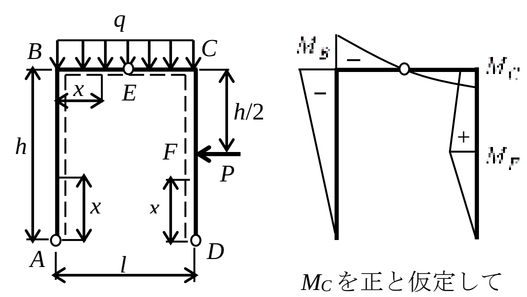
$$\sum M_D = 0:\ V_A l - Pl/2 = 0,$$
$$\therefore\ V_A = P/2 = V_D$$
$$\sum M_E = 0:\ V_A l/2 - H_A h = 0,$$
$$\therefore\ H_A = V_A l/2h = Pl/4h = H_D$$
$$M_B = -H_A h = -Pl/4 = M_C$$

(3)



$$\sum M_D = 0:\ V_A l + qh\cdot h/2 = 0,$$
$$\therefore\ V_A = -qh^2/2l = -V_D$$
$$\sum M_E = 0:\ V_D l/2 - H_D h = 0,$$
$$\therefore\ H_D = V_D l/2h = qh/4$$
$$\sum H = 0:\ qh + H_A - H_D = 0,$$
$$\therefore H_A = H_D - qh = -3qh/4$$
$$M_B = -H_A h - qh^2/2 = qh^2/4,$$
$$M_C = -H_D h = -qh^2/4$$

(4)



M_C を正と仮定して描く

図 17.7

$$\sum M_D = 0:\ V_A l - ql\cdot l/2 - Ph/2 = 0,$$
$$\therefore\ V_A = Ph/2l + ql/2$$
$$\sum V = 0:\ V_D = -V_A + ql = -Ph/2l + ql/2$$
$$\sum M_E = 0:\ V_A l/2 - H_A h - q\cdot l/2\cdot l/4 = 0,$$
$$\therefore\ H_A = P/4 + ql^2/8h$$
$$\sum H = 0:\ H_A - P - H_D = 0,$$
$$\therefore H_D = -3P/4 + ql^2/8h$$
$$M_B = -H_A h = -Ph/4 - ql^2/8$$
$$M_C = -H_D h - Ph/2 = Ph/4 - ql^2/8$$
$$M_F = -H_D h/2 = 3Ph/8 - ql^2/16$$

17.3　片持ばり系ラーメン

［**例題 17.8**］次の片持ばり系ラーメンの曲げモーメント図を描け.

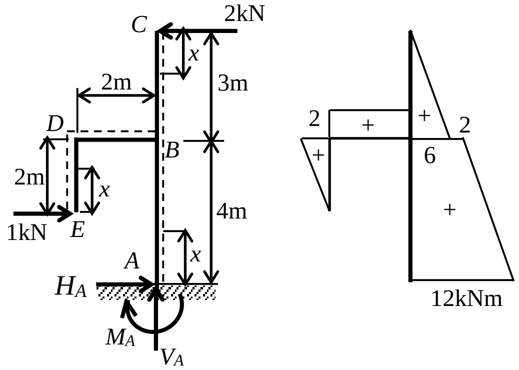


図 17.8

［解］ 反力

$$\sum H = 0:\ 1 + H_A - 2 = 0,\ \therefore\ H_A = 1\text{kN}$$

$$\sum V = 0:\ V_A = 0$$

$$\sum M_A = 0:\ M_A + 1\times(4-2) - 2\times(4+3) = 0$$

$$M_A = 12\text{kNm}$$

曲げモーメント

柱 AB：　$M_x = M_A - H_A x = 12 - x$

$x = 0 : M_A = 12\text{kNm},\ x = 4 : M_B = 8\text{kNm}$

柱 BC：　$M_x = 2x$

$x = 0 : M_C = 0,\ x = 3 : M_B = 6\text{kNm}$

柱 ED：　$M_x = 1\cdot x = x$

$x = 0 : M_E = 0,\ x = 2 : M_B = 2\text{kNm}$

はり DB：　$M_x = M_D = 2\text{kNm}$

［**例題 17.9**］次のはりの曲げモーメント図を描け.

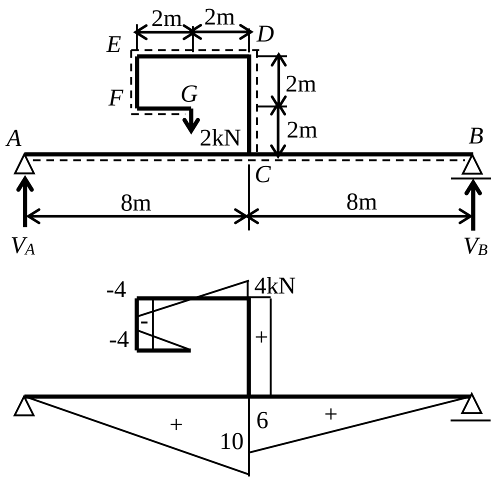


図 17.9

［解］

反力

$$H_A = 0,\quad V_A = \frac{2\times 10}{16} = 1.25\text{kN},\quad V_B = \frac{2\times 6}{16} = 0.75\text{kN}$$

曲げモーメント

AC：　$M_x = V_A x = 1.25x$

$x = 0 : M_A = 0,\ x = 8 : M_C = 10\text{kNm}$

BC：　$M_x = V_B(16 - x) = 0.75(16 - x)$

$x = 8 : M_C = 6\text{kNm},\ x = 16 : M_B = 0$

GF：　$M_x = -2x$

$x = 0 : M_G = 0,\ x = 2 : M_F = -4\text{kNm}$

FE：　$M_x = -2\times 2 = -4\text{kNm}$

ED：　$0 \le x \le 2:\ M_x = -2(2 - x) = 2x - 4$

$2 \le x \le 4:\ M_x = 2(2 - x) = 2x - 4$

$x = 0 : M_E = -4\text{kNm},\ x = 4 : M_F = 4\text{kNm}$

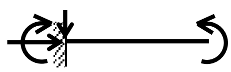
DC：　$M = 2\times 2 = 4$

$M_D = M_C = 4\text{kNm}$

注）片持ばり系ラーメン

片持ばり部は左から見たものとする.

次のような状態の荷重を正とする.



節点では符号，大きさが同じで折り返される．ただし，節点に曲げモーメントが作用している場合はその大きさだけの階段ができる.

曲げモーメント図は正負に関係なく引張り側に描く.

“逢浜橋”修理終わり(090306)

［**例題 17.10**］次のラーメンについて曲げモーメントの概略図を描け（曲げモーメント図を各問題の右に示す）.

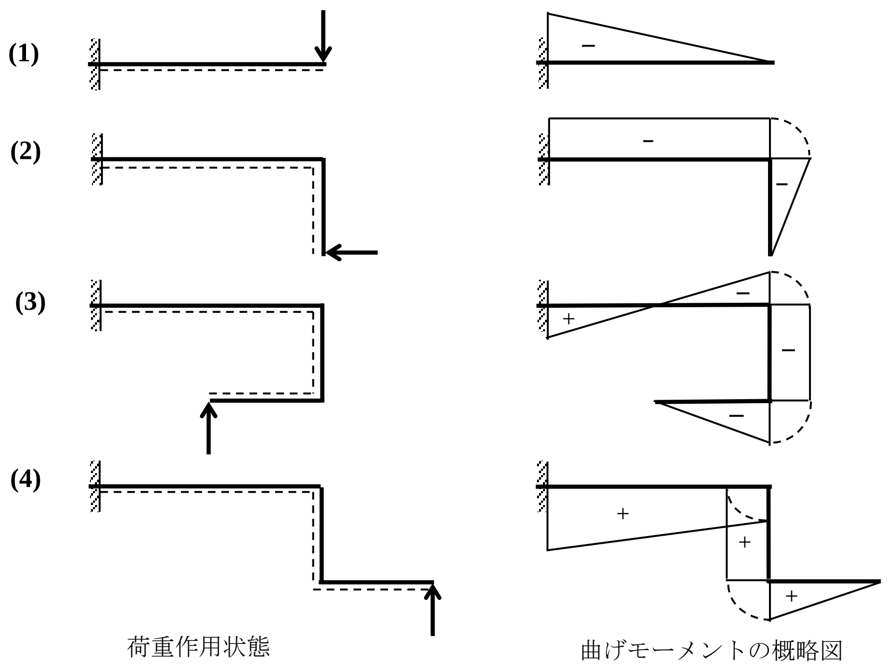


図 17.10

［**例題 17.11**］次の片持ばり系ラーメンの曲げモーメント図を描け（曲げモーメント図を各問題の右に示す）.

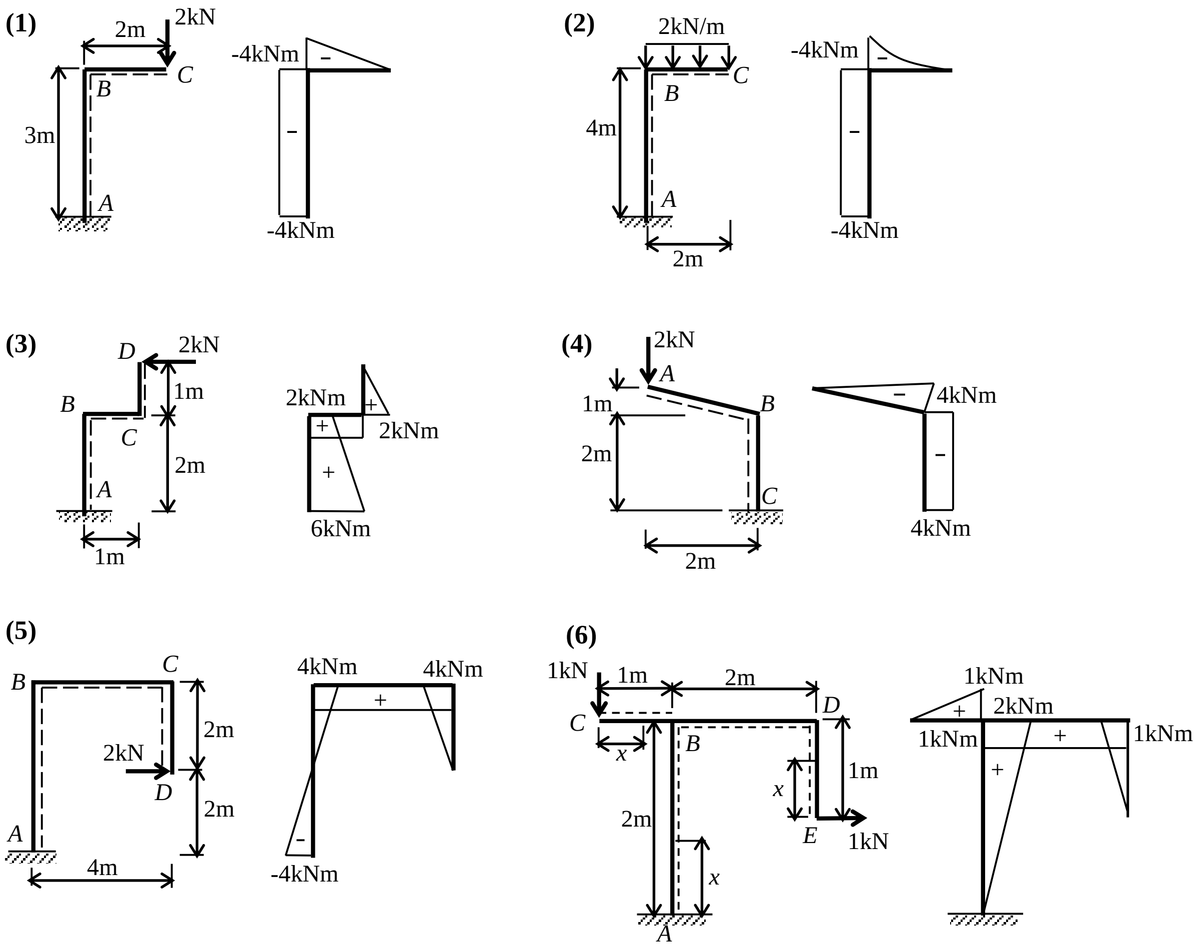


図 17.11