11　弾性曲線によるはりのたわみ

11　弾性曲線によるはりのたわみ

11.1　弾性曲線によるはりのたわみ

弾性曲線の微分方程式は次式で与えられる(導出省略).

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{EI} \qquad EI: \text{曲げ剛性} \tag{11.1}$$

したがって，**たわみ角式**は式(11.1)を 1 回積分して

$$\theta = \frac{dy}{dx} = -\int \frac{M}{EI}dx + C_1 \tag{11.2}$$

たわみは式(11.2)をさらに積分して

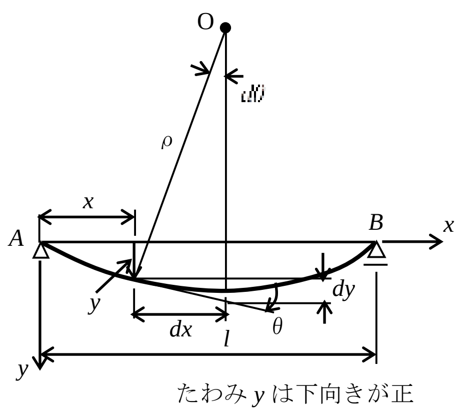
$$y = -\iint \frac{M}{EI}dx\,dx + C_1x + C_2 \tag{11.3}$$

式(11.2),(11.3)の積分定数は境界条件，連続条件より決定する．

逆に，式(11.1)を微分していくと次式が得られる．

$$\frac{d^3y}{dx^3} = -\frac{1}{EI}\frac{dM}{dx} = -\frac{Q}{EI} \tag{11.4}$$

$$\frac{d^4y}{dx^4} = -\frac{1}{EI}\frac{dQ}{dx} = \frac{q}{EI} \tag{11.5}$$



たわみ y は下向きが正
たわみ角 θ は右回りが正

図 11.1

11.2　境界条件

左端 $x=0$ または右端 $x=l$ において

$$\left.\begin{array}{lll} \text{単純支持} & y=0, & M=0 \\ \text{固定端} & y=0, & \theta=0 \\ \text{自由端} & Q=0, & M=0 \end{array}\right\} \tag{11.6}$$

11.3　連続条件

集中荷重の作用点 $x=a$ では次の連続条件が成立する．

$$y_1 = y_2,\ \theta_1 = \theta_2,\ Q_1 = Q_2 + P,\ M_1 = M_2 \tag{11.7}$$

集中モーメントの作用点 $x=a$ では次の連続条件が成立する

$$y_1 = y_2,\ \theta_1 = \theta_2,\ Q_1 = Q_2,\ M_1 = M_2 - M \tag{11.8}$$

ただし上式で下付 1 は荷重点の左，2 は右の量を表す．

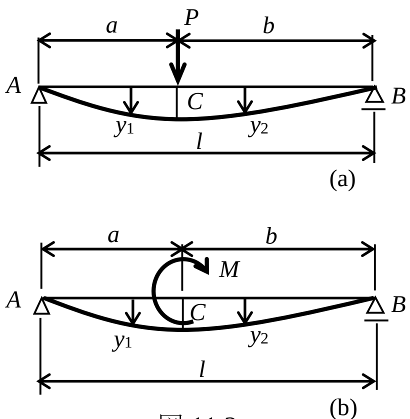


図 11.2

11.4　まとめ

$$y$$

$$\frac{dy}{dx} = \theta$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{EI} \quad ① \uparrow$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} = -\frac{Q}{EI}$$

$$\frac{d^4y}{dx^4} = \frac{q}{EI} \quad ② \uparrow$$

たわみ，たわみ角の求め方

1. ①から積分していく方法
   はりに生ずる曲げモーメントを求め境界に於いて $y=0$ あるいは $\theta=0$ を用いて積分定数を決める
2. ②から積分していく方法
   積分定数は 4 個出るから，式(5.6)のうち 4 個を使用する．

(11.9)

11.5　例題

［例題 11.1］ 次図の等分布荷重が作用している単純ばりのたわみ y，たわみ角曲線θ を求めよ.

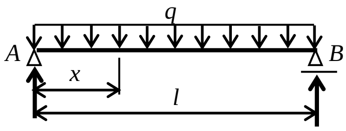


図 11.3

［解］2 階の微分方程式より求める.
x 点の曲げモーメントは

$$M_x = \frac{q}{2}(lx - x^2)$$

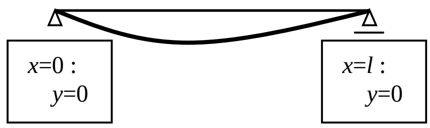
これを弾性曲線の微分方程式に代入して積分する.

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M_x}{EI} = -\frac{q}{2EI}(lx - x^2)$$

$$\theta = \frac{dy}{dx} = -\frac{q}{2EI}\int (lx - x^2)dx + C_1$$
$$= -\frac{q}{2EI}\left(\frac{l}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3\right) + C_1$$

$$y = -\frac{q}{2EI}\int\left(\frac{l}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3\right)dx + C_1x + C_2$$
$$= -\frac{q}{2EI}\left(\frac{l}{6}x^3 - \frac{1}{12}x^4\right) + C_1x + C_2$$

注）単純ばりの境界条件



境界条件を適用する

$$x = 0 : y = 0 \text{ より } C_2 = 0,\quad x = l : y = 0 \text{ より } C_1 = \frac{q}{2EI}\frac{l^3}{12}$$

したがって y, θ は

$$y = -\frac{q}{24EI}\left(-x^4 + 2lx^3 - l^3x\right) = -\frac{ql^4}{24EI}\left\{-\left(\frac{x}{l}\right)^4 + 2\left(\frac{x}{l}\right)^3 - \left(\frac{x}{l}\right)\right\} = -\frac{ql^4}{24EI}(-\rho^4 + 2\rho^3 - \rho)$$

$$\theta = \frac{dy}{dx} = -\frac{q}{24EI}\left(-4x^3 + 6lx^2 - l^3\right) = -\frac{ql^3}{24EI}\left\{-4\left(\frac{x}{l}\right)^3 + 6\left(\frac{x}{l}\right)^2 - 1\right\} = -\frac{ql^3}{24EI}(-4\rho^3 + 6\rho^2 - 1)$$

ここに，$\rho = x/l$. たわみ, たわみ角曲線は上のような形まで変形すべきであろうが, 以下では省略する.
ここで $x = 0,\ l,\ l/2$ を代入すると

$$\theta_A = \frac{ql^3}{24EI} = -\theta_B,\quad y_{\max} = \frac{5ql^4}{384EI}$$

［別解］4 階の微分方程式より求める.

$$\frac{d^4y}{dx^4} = \frac{q}{EI},\qquad \frac{d^3y}{dx^3} = \frac{q}{EI}x + C_1$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{q}{2EI}x^2 + C_1x + C_2,\qquad \frac{dy}{dx} = \frac{q}{6EI}x^3 + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2x + C_3$$

$$y = \frac{q}{24EI}x^4 + \frac{C_1}{6}x^3 + \frac{C_2}{2}x^2 + C_3x + C_4$$

境界条件を適用する

$$x = 0 : y = 0 \to C_4 = 0,\quad x = 0 : M = 0 \to C_2 = 0,\quad x = l : M = 0 \to C_1 = -\frac{ql}{2EI},$$

$$x = l : y = 0 \to \frac{ql^4}{24EI} - \frac{ql^4}{12EI} + C_3l = 0,\ \therefore C_3 = \frac{ql^3}{24EI}$$

これより

$$y = -\frac{q}{24EI}\left(-x^4 + 2lx^3 - l^3x\right)$$

となって，上に求めた場合と同じ結果が得られる.

［例題 11.2］ 次の 1 次不静定ばりのたわみ y，たわみ角曲線θ を求めよ.

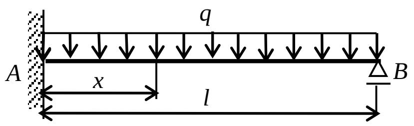


図 11.4

［**解**］ 1 次不静定ばりのため，曲げモーメントを求めることができない．したがって，4 階の微分方程式から出発する．

$$\frac{d^4y}{dx^4}=\frac{q}{EI},\quad \therefore\quad \frac{EI}{q}\frac{d^4y}{dx^4}=1$$

$$\frac{EI}{q}\frac{d^3y}{dx^3}=x+C_1$$

$$\frac{EI}{q}\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{1}{2}x^2+C_1x+C_2$$

$$\frac{EI}{q}\frac{dy}{dx}=\frac{1}{6}x^3+\frac{C_1}{2}x^2+C_2x+C_3$$

$$\frac{EI}{q}y=\frac{1}{24}x^4+\frac{C_1}{6}x^3+\frac{C_2}{2}x^2+C_3x+C_4$$

境界条件は次の 4 個である．

$$x=0:y=0,\quad x=0:\theta=0,\quad x=l:y=0,\quad x=l:M=-EI\frac{d^2y}{dx^2}=0$$

これらより

$$C_1=-\frac{5}{8}l,\quad C_2=\frac{l^2}{8},\quad C_3=C_4=0$$

が得られる．

ゆえに，求める解は次のようである．

$$Q=-EI\frac{d^3y}{dx^3}=-q\left(x-\frac{5}{8}l\right)=-\frac{q}{8}(8x-5l)$$

$$M=-EI\frac{d^2y}{dx^2}=-q\left(\frac{1}{2}x^2-\frac{5l}{8}x+\frac{l^2}{8}\right)=-\frac{q}{8}(4x^2-5lx+l^2)$$

$$\theta=\frac{q}{EI}\left(\frac{1}{6}x^3-\frac{5l}{16}x^2+\frac{l^2}{8}x\right)=\frac{q}{48EI}(8x^3-15lx^2+6l^2x)$$

$$y=\frac{q}{EI}\left(\frac{1}{24}x^4-\frac{5l}{48}x^3+\frac{l^2}{16}x^2\right)=\frac{q}{48EI}(2x^4-5lx^3+3l^2x^2)$$

これより

$$Q_A=\frac{5ql}{8},\quad Q_b=-\frac{3ql}{8},\quad M_A=-\frac{ql^2}{8}$$

$Q_x=0$ より　$x=\dfrac{5}{8}l$　のとき　$M_{max}=\dfrac{9ql^2}{128}$

［**例題 11.3**］次の単純ばりのたわみ y，たわみ角曲線 θ を求めよ．

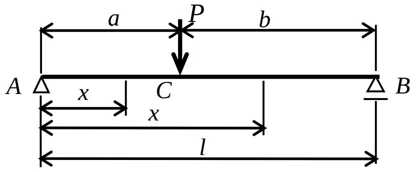


図 11.5

［**解**］このような例題の場合は，荷重の左右でモーメントの式が異なるため，微分方程式が 2 つ必要となり，そのため積分定数が増加する．したがってこれらを求めるためには連続条件を用いなければならない．

荷重より左のたわみを y_1，右のそれを y_2 とする．

$0 \le x \le a$

曲げモーメント：$M_x = \dfrac{Pb}{l}x$

$$EI\frac{d^2y_1}{dx^2} = -\frac{Pb}{l}x$$

$$EI\frac{dy_1}{dx} = -\frac{Pb}{2l}x^2 + C_1$$

$$EIy_1 = -\frac{Pb}{6l}x^3 + C_1x + C_2$$

境界条件：　$x = 0 : y_1 = 0$

$a \le x \le l$

曲げモーメント：$M_x = \dfrac{Pb}{l}x - P(x-a)$

$$EI\frac{d^2y_2}{dx^2} = -\frac{Pb}{l}x + P(x-a)$$

$$EI\frac{dy_2}{dx} = -\frac{Pb}{2l}x^2 + \frac{P}{2}(x-a)^2 + D_1$$

$$EIy_2 = -\frac{Pb}{6l}x^3 + \frac{P}{6}(x-a)^3 + D_1x + D_2$$

$x = l : y_2 = 0$

連続条件：

$$x = a : y_1 = y_2$$
$$x = a : \theta_1 = \theta_2$$

この 4 つの条件より　$C_2 = 0,\ \ D_2 = 0,\ \ C_1 = D_1 = \dfrac{Pb}{6l}(l^2 - b^2)$

ゆえに

$$\theta_1 = \frac{Pb}{6EIl}(l^2 - b^2 - 3x^2)$$

$$y_1 = \frac{Pb}{6EIl}\{(l^2 - b^2)x - x^3\}$$

$$\theta_A = \frac{Pab(l+b)}{6EIl}$$

$$\theta_2 = \frac{P}{6EIl}\{b(l^2 - b^2 - 3x^2) + 3l(x-a)^2\}$$

$$y_2 = \frac{P}{6EIl}\{b(l^2 - b^2 - x^2)x + l(x-a)^3\}$$

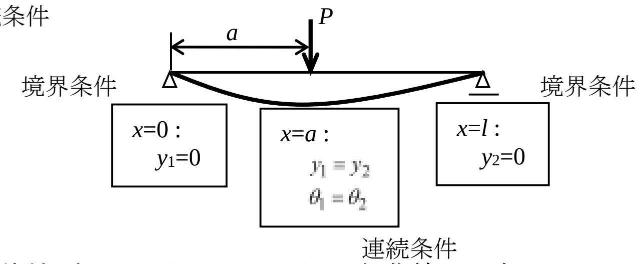
$$\theta_B = -\frac{Pab(l+a)}{6EIl}$$

最大たわみは $a > b$ のときは P の左側で生じる．それが生じる位置は　$y_1' = 0$ より　$x = \sqrt{\dfrac{l^2 - b^2}{3}}$

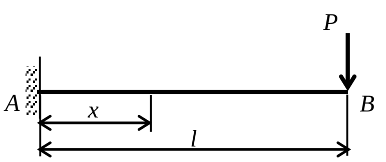
$$y_{max} = \frac{Pab(l+b)}{9EIl}\sqrt{\frac{a(l+b)}{3}}$$

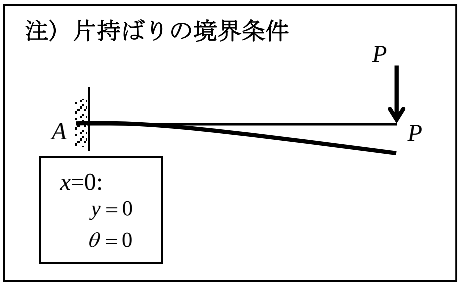
$a = b = \dfrac{l}{2}$ のときは　$y_{max} = \dfrac{Pl^3}{48EI}$，　$\theta_A = \dfrac{Pl^2}{16EI} = -\theta_B$

注）　境界条件と連続条件



［**例題 11.4**］次の片持ばりのたわみ y，たわみ角曲線 θ を求めよ．





［解］x 点の曲げモーメント

$$M_x = -P(l-x)$$

弾性曲線の微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M_x}{EI} = \frac{P}{EI}(l-x)$$

これを積分する．

$$\theta = \frac{dy}{dx} = \frac{P}{EI}\left(lx - \frac{x^2}{2} + C_1\right), \quad y = \frac{P}{EI}\left(\frac{l}{2}x^2 - \frac{x^3}{6} + C_1x + C_2\right)$$

境界条件　$x = 0 : y = 0,\ \theta = 0$　より　$C_1 = C_2 = 0$

したがって

$$\theta = -\frac{P}{2EI}\left(x^2 - 2lx\right), \quad y = -\frac{P}{6EI}\left(x^3 - 3lx^2\right)$$

点 B のたわみ，たわみ角は　$y_B = \dfrac{Pl^3}{3EI}, \quad \theta_B = \dfrac{Pl^2}{2EI}$

［例題 11.5］ 次の片持ばりのたわみ y，たわみ角曲線 θ を求めよ．

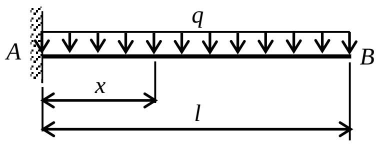


図 11.7

［解］x 点の曲げモーメント

$$M_x = -\frac{q}{2}(x^2 - 2lx + l^2)$$

弾性曲線の微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M_x}{EI} = \frac{q}{2EI}(x^2 - 2lx + l^2)$$

これを積分する．

$$\theta = \frac{dy}{dx} = \frac{q}{2EI}\left(\frac{1}{3}x^3 - lx^2 + l^2x + C_1\right), \quad y = \frac{q}{2EI}\left(\frac{1}{12}x^4 - \frac{l}{3}x^3 + \frac{l^2}{2}x^2 + C_1x + C_2\right)$$

境界条件　$x = 0 : y = 0,\ \theta = 0$　より　$C_1 = C_2 = 0$

したがって

$$\theta = \frac{q}{6EI}\left(x^3 - 3lx^2 + 3l^2x\right), \quad y = \frac{q}{24EI}\left(x^4 - 4lx^3 + 6l^2x^2\right)$$

点 B のたわみ，たわみ角は　$y_B = \dfrac{ql^4}{8EI}, \quad \theta_B = \dfrac{ql^3}{6EI}$

［例題 11.6］ 次の両端固定ばりのたわみ y，たわみ角曲線 θ を求めよ（3 次不静定）．

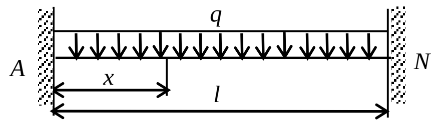


図 11.8

［解］3 次不静定ばりのため，曲げモーメントを求めることができない．したがって，4 階の微分方程式から出発する注）．

$$\frac{d^4y}{dx^4}=\frac{q}{EI},\quad \therefore\quad \frac{EI}{q}\frac{d^4y}{dx^4}=1$$

$$\frac{EI}{q}\frac{d^3y}{dx^3}=x+C_1$$

$$\frac{EI}{q}\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{1}{2}x^2+C_1x+C_2$$

$$\frac{EI}{q}\frac{dy}{dx}=\frac{1}{6}x^3+\frac{C_1}{2}x^2+C_2x+C_3$$

$$\frac{EI}{q}y=\frac{1}{24}x^4+\frac{C_1}{6}x^3+\frac{C_2}{2}x^2+C_3x+C_4$$

境界条件は次の 4 個である．

$$x=0:y=0,\ \theta=0;\quad x=l:y=0,\ \theta=0$$

これらより

$$C_1=-\frac{l}{2},\ C_2=\frac{l^2}{12},\ C_3=C_4=0$$

が得られる．

ゆえに，求める解は次のようである．

$$Q=-EI\frac{d^3y}{dx^3}=-q\left(x-\frac{1}{2}l\right)=-\frac{q}{2}(2x-l)$$

$$M=-EI\frac{d^2y}{dx^2}=-q\left(\frac{1}{2}x^2-\frac{l}{2}x+\frac{l^2}{12}\right)=-\frac{q}{12}(6x^2-6lx+l^2)$$

$$\theta=\frac{q}{EI}\left(\frac{1}{6}x^3-\frac{l}{4}x^2+\frac{l^2}{12}x\right)=\frac{q}{12EI}(2x^3-3lx^2+l^2x)=\frac{qx}{12EI}(2x-l)(x-l)$$

$$y=\frac{q}{EI}\left(\frac{1}{24}x^4-\frac{l}{12}x^3+\frac{l^2}{24}x^2\right)=\frac{q}{24EI}(x^4-2lx^3+l^2x^2)=\frac{qx^2}{24EI}(x-l)^2$$

これより

$$Q_A=-Q_B=-\frac{q}{2}l,\quad M_A=M_B=-\frac{q}{12}l^2,\quad M_{\frac{l}{2}}=\frac{q}{24}l^2$$

注）このような問題でも，変位を導入することによって今までの知識で十分解くことができる．

［例題 11.7］次の突き上げ片持ばりの反力を求め Q 図，M 図を描け（1 次不静定）．

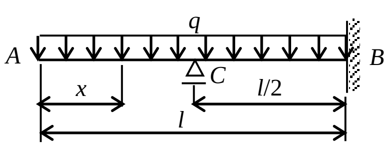


図 11.9

［解］**(a)**　支点 C がない場合の点 C のたわみを求める．

x 点の曲げモーメント

$$M_x = -\frac{q}{2}x^2$$

弾性曲線の微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M_x}{EI} = \frac{q}{2}\frac{x^2}{EI}$$

これを積分する．

$$\theta = \frac{dy}{dx} = \frac{q}{6EI}x^3 + C_1,\quad y = \frac{q}{24EI}x^4 + C_1x + C_2$$

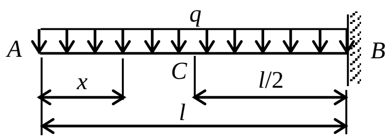


図 11.10

境界条件　$x = l$:　$y = 0$,θ $=$　より　$C_1 = -\frac{ql^3}{6EI}$,　$C_2 = \frac{al^4}{8EI}$

したがって

$$\theta = \frac{q}{6EI}\left(x^3 - l^3\right),\quad y = \frac{q}{24EI}\left(x^4 - 4x^3 + B\right)$$

点 A のたわみ，たわみ角は　$y_A = \frac{ql^4}{8EI}$,　$\theta_A = -\frac{ql^3}{6EI}$

点 C のたわみ，たわみ角は　$y_C = \frac{17ql^4}{384EI}$,　$\theta_c = -\frac{7ql^3}{48EI}$　(1)

(b)　支点 C に上向きに集中荷重 X が作用する場合のたわみを求める．

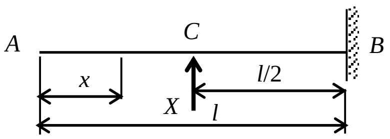


図 11.11

(a)　$0 \le x \le l/2$ ： $M_x = 0$ より

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M_x}{EI} = 0$$

これより

$$\theta_1 = \frac{dy}{dx} = C_1,\quad y_1 = C_1x + C_2$$

(b)　$l/2 \le x \le l$ ： $M_x = X\left(x - \frac{l}{2}\right)$ より

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M_x}{EI} = -\frac{X}{EI}\left(x - \frac{l}{2}\right)$$

これより

$$\theta_2 = \frac{dy}{dx} = -\frac{X}{EI}\left\{\frac{1}{2}\left(x - \frac{l}{2}\right)^2 + D_1\right\},\quad y_2 = -\frac{X}{EI}\left\{\frac{1}{6}\left(x - \frac{l}{2}\right)^3 + D_1x + D_2\right\}$$

境界条件： $x = l$, $\theta_2 = 0$ より　$D_1 = -l^2/8$

$x = l$, $y_2 = 0$ より　$D_2 = \frac{5l^3}{48}$

連続条件： $x = l/2$, $\theta_1 = \theta_2$ より　$C_1 = -\frac{X}{EI}D_1 = \frac{Xl^2}{8EI}$

$x = l/2$, $y_1 = y_2$ より　$\frac{l}{2}C_1 + C_2 = -\frac{X}{EI}\left(\frac{l}{2}D_1 + D_2\right)$,　これより $C_2 = -\frac{5l^3X}{48EI}$

ゆえに，たわみ，たわみ角曲線は

(1)　$0 \le x \le l/2$ ：　$\theta_1 = \dfrac{l^2 X}{8EI}$,　　$y_1 = \dfrac{l^2 X}{48EI}(6x - 5$

(2)　$l/2 \le x \le l$ ：　$\theta_2 = \dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{X}{EI}\left\{\dfrac{1}{2}\left(x - \dfrac{l}{2}\right)^2 - \dfrac{l^2}{8}\right\}$,　　$y_2 = -\dfrac{X}{EI}\left\{\dfrac{1}{6}\left(x - \dfrac{l}{2}\right)^3 - \dfrac{l^2}{8}x + \dfrac{5l^3}{48}\right\}$

(a),(b)とも

$$x = l/2 \text{ のとき } y_C = -\frac{l^3 X}{24EI} \qquad (2)$$

となる．

(c)　与えられた問題において，支点 C の変位は 0 であるから，式(1)，(2)の変位が等しいとおいて

$$\frac{17ql^4}{384EI} = \frac{l^3 X}{384EI}$$

これより，反力 R_C は

$$X = \frac{17ql}{16} = R_C$$

せん断力，曲げモーメントは

$$Q_x = -qx + R_C < x - \frac{l}{2} >^0 = -qx + \frac{17ql}{16} < x - \frac{l}{2} >^0$$

$$M_x = -\frac{q}{2}x^2 + R_C < x - \frac{l}{2} > = -\frac{q}{2}x^2 + \frac{17ql}{16} < x - \frac{l}{2} >$$

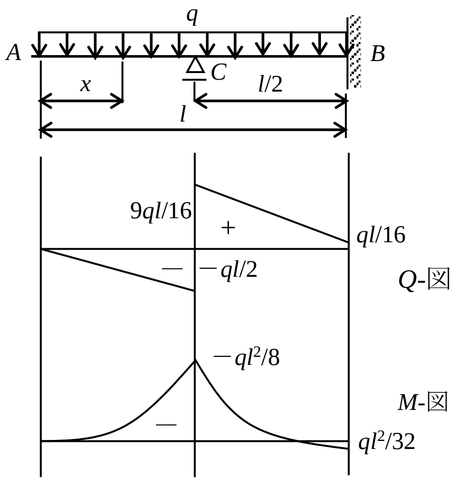


図 11.12

［別解］最小仕事の原理により解く．

(1)　$0 \le x \le l/2$ ：　$M_x = -\dfrac{q}{2}x^2$,　　$\dfrac{dM_x}{dX} = 0$

(b)　$l/2 \le x \le l$ ：　$M_x = -\dfrac{q}{2}x^2 + X\left(x - \dfrac{l}{2}\right)$,　　$\dfrac{dM_x}{dX} = x - \dfrac{l}{2}$

$$\frac{\partial X}{\partial X} = \int_0^{l/2} \frac{M_x}{EI}\frac{\partial M_x}{\partial X}dx + \int_{l/2}^{l} \frac{M_x}{EI}\frac{\partial M_x}{\partial X}dx$$

$$= \frac{1}{EI}\int_{l/2}^{l}\left\{-\frac{q}{2}x^2 + X\left(x - \frac{l}{2}\right)\right\}\left(x - \frac{l}{2}\right)dx$$

$$= \frac{1}{EI}\int_{l/2}^{l}\left\{-\frac{q}{2}x^3 + \left(\frac{ql}{4} + X\right)x^2 - Xlx + \frac{l^2 X}{4}\right\}dx$$

$$= \frac{1}{EI}\left[-\frac{q}{8}x^4 + \frac{1}{3}\left(\frac{ql}{4} + X\right)x^3 - \frac{Xl}{2}x^2 + \frac{l^2 X}{4}x\right]_{l/2}^{l}$$

$$= \frac{1}{EI}\left[-\frac{q}{8}l^4 + \frac{1}{3}\left(\frac{ql}{4} + X\right)l^3 - \frac{Xl}{2}l^2 + \frac{l^2 X}{4}l - \left(-\frac{q}{8}\frac{l^4}{16} + \frac{1}{3}\left(\frac{ql}{4} + X\right)\frac{l^3}{8} - \frac{Xl}{2}\frac{l^2}{4} + \frac{l^2 X}{4}\frac{l}{2}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{EI}\left[-\frac{15q}{128}l^4 + \frac{7l^3}{24}\left(\frac{ql}{4} + X\right) - \frac{3X}{8}l^3 + \frac{Xl^3}{8}\right]$$

$$= \frac{1}{EI}\left[-\frac{15q}{128}l^4 + \frac{7q}{96}l^4 + l^3\left(\frac{7}{24} - \frac{3}{8} + \frac{1}{8}\right)X\right]$$

最小仕事の原理より支点 C の変位が 0 であるから，上式を 0 とおいて X を求めると

$$X = \frac{17}{16}ql$$

これは前に求めた反力 R_C に一致する．

［例題 11.8］ 次の片持ばりの反力を求め Q 図，M 図を描け（1 次不静定）．

［解］　$M_x = -P\,x$

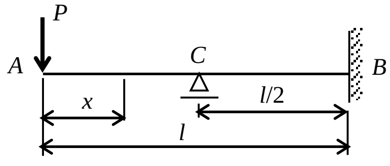


図 11.13

したがって

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{M_x}{EI} = \frac{Px}{EI}$$

これより

$$\theta = \frac{dy}{dx} = \frac{P}{2EI}x^2 + C_1, \quad y = \frac{P}{6EI}x^3 + C_1 x + C_2$$

境界条件： $x = l,\ \theta = 0$ より　$C_1 = -\frac{Pl^2}{2EI}$,　　$x = l,\ y = 0$ より　$C_2 = \frac{Pl^3}{3EI}$

たわみ，たわみ角曲線は

$$\theta = \frac{P}{2EI}(x^2 - l^2),\ y = \frac{P}{6EI}(x^3 - 3l^2 x + 2l^3)$$

$$x = 0:\ \theta_A = -\frac{Pl^2}{3EI},\ y_A = \frac{Pl^3}{3EI}, \quad x = \frac{l}{2}:\ \theta_C = -\frac{3Pl^2}{8EI},\ y_C = \frac{5Pl^3}{48EI}$$

したがって，反力 R_C は［例題 11.7］式(2)を用いて

$$\frac{5Pl^3}{48EI} = \frac{l^3 X}{24EI} \quad \text{より} \quad X = \frac{5}{2}P = R_C$$

11.6　問題

［**問題 11.1**］次図の三角形分布荷重が作用している

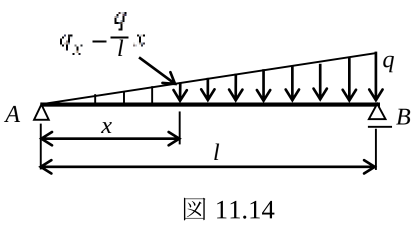


図 11.14

単純ばりのたわみ y，たわみ角曲線 θ を求めよ．

［**問題 11.2**］次の単純ばりのたわみ y，たわみ角曲線 θ を求めよ．

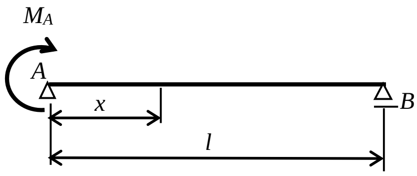


図 11.15

［**問題 11.3**］次の単純ばりのたわみ y，たわみ角曲線 θ を求めよ．

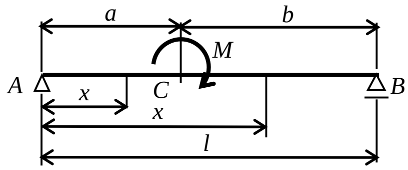


図 11.16

［**問題 11.4**］次の片持ばりのたわみ y，たわみ角曲線 θ を求めよ．

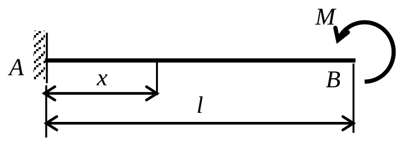


図 11.17

［**問題 11.5**］次の張出ばりのたわみ y，たわみ角曲線 θ を求めよ．

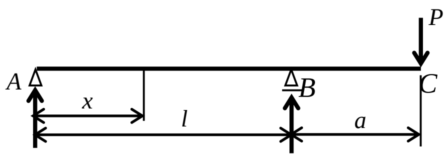


図 11.18

［**問題 11.6**］次の片持ばりのたわみ y_A，たわみ角曲線 θ_A を求めよ．

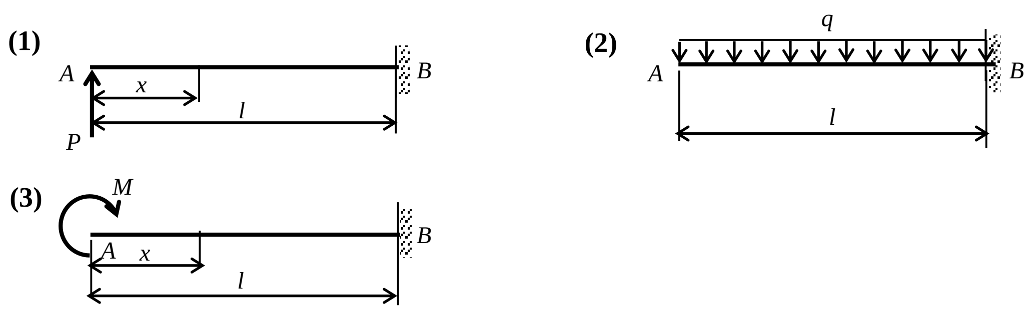


図 11.19