

# 構造力学問題集

浜野 浩幹

## まえがき

構造物の設計の基本は、構造力学と材料の性質である。構造力学の中の主題の一つは構造物が多くの力を受けて釣合っているということから、はりやトラス、ラーメンなどの構造物に生じる力を求めることにある。したがって、土木工学の過程では簡単な構造物に生じる力を求められる程度まで学び、お互いに話ができる基礎的な教養を身に着けることを目的とする。

構造力学は難しいということをよく耳にするが、大学、高専で学ぶものは決して難しいものではない。最初の基礎的なことを理解してしまえば後は簡単である。構造物ごとに解法の形式はあるが、慣れてしまえばどれも同じように感じるようになってしまう。しかし、そのためには多少の努力が必要かもしれない。

構造力学で使用する数学は中学校で学んだ知識があればその基本は十分理解できる。多少の微分、積分が出てくるがそれもほとんど簡単なものである。それに、三角関数の演算が多少加わる。計算力が不足すれば解けるものも解けなくなってしまう。電卓ばかりを使うのではなく、筆算でいかに能率よく計算するかを訓練することも大切であると思う。

本書は授業で講義している内容のうち、解法の基礎的事項と問題をまとめたものである。しかし、基礎的事項は問題を解くために必要な部分のみにとどめたため、厳密な理論解析は行っていない。もし必要であれば他の本を参考にしてほしい。ある程度いろいろな問題を含めてあるので、大学、高専で行われる授業には充分であるだろうと考える。繰り返し練習して、どこにどのような問題があるかが分かるようになれば占めたものである。

筆 者

平成 14 年 3 月

## この問題集の概要

「教える側の常識は習う側の常識としては通らない」ということが最近になってやっと分かってきた。授業をしていて、学生にとって何が分からないかを知ることには大変難しい。教える側ではこれは当然分かっているものと思って説明していても、習う側にとっては初めてで疑問だらけである。すなわち、習う側の目線に立って授業をすることが必要である。学生から質問の出たところ、分かりにくいところを特に丁寧に記述した。

この問題集はプリントとして演習させていたものをまとめたものである。したがって、1 ページに例題が収まるようにしたため、空白は埋めていない。これは続けて書いたところ、学生から息が詰まる、分かりにくいという指摘を受けたためである。空白が適当にあるとほっとするそうである。

以下本書の概要を述べる。

1. 大学生，高専生を対象とした。
2. 問題集という性質上，基礎事項として解法の要点のみを記述したが，厳密な公式の誘導は関係の本を参考してほしい，しかし，本質的にはこれで十分であろう。
3. 各自が自分で勉強できるように例題を豊富に載せ，なるべく丁寧に解法を記述した。
4. その章に該当する多くの問題を載せた。理解しているかどうか確かめるために挑戦してほしい。
5. どこにどのような問題があるか分かるように，目次を詳しく記載しておいた。
6. 国家公務員Ⅱ種専門試験，就職試験等の問題等に十分対応できるものと思われる。
7. 通常の構造力学と称されるものに限って記述した。その他多くの分野があるが，あまり難しいものや，弾性学の分野に入るようなものはここでは触れなかった。しかし，モーメント分配法や簡単な板の曲げ理論等に等に関しては機会があれば記述したいと考えている。
8. さらに扱っておいた方がよいと思われ，本文に入らなかったものを付録に補充した。

これらに追加したい例題や問題がまだまだあり，順次加筆して，さらに中身の充実した問題集にしていきたいと思っている。この問題集をまとめるにあたって，今までの問題を変えたり，記号や単位を直したりしたため，間違いや，勘違いがあるのではないかと危惧する。これらをして指摘していただければ幸いである。

## 目次

<b>1 単位</b>	
1.1 力	1-1
1.2 国際単位系 (SI 単位系)	1-1
1.3 工学単位系	1-1
1.4 単位換算表	1-2
1.4.1 応力・圧力の単位の換算	1-2
1.4.2 そのよく使う単位の換算	1-2
1.5 その他	1-3
1.6 倍数を表す接頭記号	1-3
[例題 1.1] SI 単位と工学単位の換算例	1-3
「ちょっと休憩 [1-1] (仕事)」	1-4
「ちょっと休憩 [1-2] (単位のまとめ)」	1-4
<b>2 力の釣合い</b>	
2.1 釣合い式	2-1
2.2 水平方向の力の釣合い	2-1
2.3 垂直方向の力の釣合い	2-1
2.4 モーメントの釣合い	2-1
[例題 2.1] 釣合う力の計算	2-2
2.5 反力の計算	2-2
[問題 2.1] 反力	2-2
2.6 部材力の計算	2-3
[問題 2.2] 部材に働く力	2-3
[問題 2.3] 反力	2-3
[参考] 力の大きさを図形的に求める	2-4
「ちょっと休憩 [2-1] (作用と反作用)」	2-4
<b>3 力の合成・分解</b>	
3.1 力	3-1
[例題 3.1] 力の三要素	3-1
3.2 力の合成	3-1
3.2.1 1 点に作用する 2 力の合成	3-2
[問題 3.1] 力の合力と方向	3-2
3.2.2 1 点に作用する多くの力の合成	3-3
[問題 3.2] 多くの力の合力	3-3
3.2.3 1 点に作用しない力の合成	3-4
[問題 3.3] 平行な力の合力	3-5
3.3 力の分解	3-5
3.3.1 1 つの力を定められた 2 方向に分解	3-5
[問題 3.4] 力の分解	3-5
3.3.2 多くの力を 2 方向に分解	3-6
「ちょっと休憩 [3-1] (連力図と力の多角形の関係)」	3-4
「ちょっと休憩 [3-2] (三角関数)」	3-5
<b>4 モーメント</b>	
4.1 力のモーメント	4-1
[例題 4.1] モーメント	4-1
[問題 4.1] モーメント	4-2
4.2 連力図によるモーメントの図解	4-2
4.3 バリニオンの定理	4-3
[例題 4.2] 合力の位置	4-3

[問題 4.2] 合力大きさと位置 .....	4-4
4.4 偶力 .....	4-4
[例題 4.3] 偶力のモーメント .....	4-4
「ちょっと休憩 [4-1] (平方根と 3 乗)」 .....	4-2
<b>5 静定ばり</b> .....	5-1
5.1 支点と反力 .....	5-1
5.1.1 支点と反力 .....	5-1
5.1.2 反力の求め方 .....	5-2
5.1.3 はりの種類 .....	5-2
5.2 断面力の求め方 .....	5-4
5.2.1 断面力の求め方 .....	5-4
5.2.2 せん断力 $Q_x$ , 曲げモーメント $M_x$ , および荷重強度 $q_x$ との関係 .....	5-4
[例題 5.1] 集中荷重の作用する単純ばり .....	5-5
[例題 5.2] 等分布荷重の作用する単純ばり .....	5-6
[例題 5.3] モーメント荷重の作用する単純ばり .....	5-7
[例題 5.4] 間接荷重ばり .....	5-8
[例題 5.5] 片持ばり .....	5-9
[例題 5.6] 片持ばり .....	5-10
[例題 5.7] 張出ばり .....	5-11
[例題 5.8] ゲルバーばり .....	5-12
[問題 5.1] 単純ばり .....	5-13
[問題 5.2] 間接荷重ばり .....	5-14
[問題 5.3] 片持ばり .....	5-14
[問題 5.4] 張出ばり .....	5-15
[問題 5.5] ゲルバーばり .....	5-15
「ちょっと休憩 [5-1] (作用と反作用 その 2)」 .....	5-16
<b>6 はりの影響線</b>	
6.1 単純ばりの影響線 .....	6-1
6.1.1 反力影響線 .....	6-1
6.1.2 せん断力影響線 .....	6-2
6.1.3 曲げモーメント影響線 .....	6-2
[例題 6.1] 単純ばりの影響線 .....	6-3
[例題 6.2] 間接荷重ばりの影響線 .....	6-4
[例題 6.3] 片持ばりの影響線 .....	6-5
[例題 6.4] 張出ばりの影響線 .....	6-6
[例題 6.5] ゲルバーばりの影響線 .....	6-7
[問題 6.1] 単純ばりの影響線 .....	6-9
[問題 6.2] 間接荷重ばり, 片持ばりの影響線 .....	6-9
[問題 6.3] 張出ばりの影響線 .....	6-9
[問題 6.4] ゲルバーばりの影響線 .....	6-10
[問題 6.5] ゲルバーばりの影響線 .....	6-10
6.2 最大せん断力・最大曲げモーメント .....	6-11
6.2.1 最大せん断力 .....	6-11
6.2.2 絶対最大せん断力 .....	6-11
[例題 6.6] 絶対最大せん断力 .....	6-12
[例題 6.7] 絶対最大せん断力 .....	6-13
6.2.3 最大曲げモーメント .....	6-14
[例題 6.8] 最大曲げモーメント .....	6-15
[例題 6.9] 最大曲げモーメント .....	6-16
[例題 6.10] 最大曲げモーメント .....	6-17
6.2.4 絶対最大曲げモーメント .....	6-18

[例題 6.11] 絶対最大曲げモーメント	6-19
[例題 6.12] 絶対最大曲げモーメント	6-20
[例題 6.13] 絶対最大曲げモーメント	6-21
[例題 6.14] 絶対最大曲げモーメント	6-23
<b>7 断面図形の性質</b>	
7.1 断面 1 次モーメント	7-1
7.1.1 断面 1 次モーメント	7-1
[例題 7.1] 断面 1 次モーメント	7-1
[問題 7.1] 断面 1 次モーメント	7-1
[例題 7.2] 断面 1 次モーメント	7-1
7.1.2 集合図形の断面 1 次モーメント	7-1
[例題 7.3] 集合図形の断面 1 次モーメント	7-2
7.1.3 軸の平行移動	7-2
7.2 図心	7-3
7.2.1 図心	7-3
[例題 7.4] 長方形断面の図心位置	7-4
7.2.2 集合図形の図心	7-4
[例題 7.5] 集合図形の図心位置	7-4
[例題 7.6] 三角形断面の図心位置	7-4
[問題 7.2] 三角形断面の図心位置	7-4
[例題 7.7] 4 分円の図心位置	7-4
[例題 7.8] 台形断面の図心位置	7-4
[例題 7.9] 円形断面の図心位置	7-4
[問題 7.3] 図心位置	7-5
7.3 断面 2 次モーメント	7-6
7.3.1 断面 2 次モーメント	7-6
7.3.2 軸の平行移動	7-6
[例題 7.10] 長方形断面 2 次モーメント	7-7
[例題 7.11] 三角形断面 2 次モーメント	7-7
[例題 7.12] 円形断面 2 次モーメント	7-7
[例題 7.13] T 形断面 2 次モーメント	7-8
[例題 7.14] 薄肉断面 2 次モーメント	7-8
[問題 7.4] 断面 2 次モーメント	7-9
7.3.3 断面極 2 次モーメント	7-10
[例題 7.15] 断面 2 次モーメント	7-10
[例題 7.16] 断面 2 次モーメント	7-10
[例題 7.17] 断面 2 次モーメント	7-10
7.4 相乗モーメント	7-11
7.4.1 相乗モーメント	7-11
7.4.2 軸の平行移動	7-11
7.4.3 対称軸と相乗モーメント	7-11
[例題 7.18] 相乗モーメント	7-12
[例題 7.19] 相乗モーメント	7-12
[問題 7.5] 相乗モーメント	7-12
7.5 座標軸の回転と主軸	7-13
7.5.1 座標軸の回転	7-13
7.5.2 新座標と旧座標の関係	7-13
[問題 7.6] 新座標と旧座標の関係	7-13
[問題 7.7] 新座標と旧座標の関係	7-13
7.5.3 主軸	7-14
[問題 7.8] 主軸	7-14

[問題 7.9] 主軸.....	7-14
7.6 断面係数・断面 2 次半径・核点 .....	7-15
7.6.1 断面係数 .....	7-15
7.6.2 断面 2 次半径 (回転半径) .....	7-15
7.6.3 核点 .....	7-15
[問題 7.10] 断面係数・断面 2 次半径・核点.....	7-16
[例題 7.20] 新座標と旧座標の関係.....	7-17
[例題 6.21] 換算断面積.....	7-18
「ちょっと休憩 [7-1] (断面 1 次モーメントの求め方)」.....	7-2
「ちょっと休憩 [7-2] (図心の求め方)」.....	7-3
「ちょっと休憩 [7-3] (よく使う図形の図心)」.....	7-5
「ちょっと休憩 [7-4] (断面 2 次モーメント)」.....	7-7
「ちょっと休憩 [7-5] (換算断面積)」.....	7-18
<b>8 応力とひずみ</b> .....	8-1
8.1 軸方向応力度 .....	8-1
[問題 8.1] 軸方向応力度 .....	8-1
8.2 軸方向応力度とひずみ度 .....	8-1
[問題 8.2] 伸び.....	8-2
[問題 8.3] 弾性係数 .....	8-2
8.3 ポアソン比 (縦ひずみと横ひずみの関係) .....	8-2
8.4 温度応力 .....	8-3
[問題 8.4] 温度応力 .....	8-3
8.5 せん断応力度 .....	8-3
8.5.1 せん断応力度 .....	8-3
[問題 8.5] せん断応力 .....	8-3
7.5.2 せん断応力度とせん断ひずみ度の関係 (Hooke の法則) .....	8-3
7.6 組み合わせ部材の応力 .....	8-4
[例題 8.1] 組み合わせ部材の応力 .....	8-4
[例題 8.2] 鉄筋コンクリート部材の応力 .....	8-4
[問題 8.6~8.10] 組合せ部材の応力 .....	8-4
「ちょっと休憩 [8-1] (応力と応力度)」.....	8-5
<b>9 はりの応力度</b> .....	
9.1 はりの応力度 .....	9-1
9.2 曲げ応力度 .....	9-1
[例題 9.1] 応力.....	9-2
[問題 9.1] 縁応力度 .....	9-2
[問題 9.2] 縁応力度 .....	9-2
9.3 せん断応力度 .....	9-3
[例題 9.2.2] せん断応力.....	9-3
[例題 9.3] せん断応力 .....	9-4
[問題 9.3] せん断応力 .....	9-4
[例題 9.4] 曲げ応力度, せん断応力 .....	9-5
[例題 9.5] 主応力度.....	9-6
<b>10 モールの応力円</b> .....	
10.1 1 軸応力度.....	10-1
10.1.1 1 軸応力度 .....	10-1
10.1.2 モールの応力円.....	10-1
[例題 10.1] モールの応力円を描け.....	10-2
10.2 2 軸応力度.....	10-3
10.2.1 2 軸応力度 .....	10-3

[問題 10.1～10.3] 式の誘導	10-3
10.2.2 モールの応力円 1	10-4
[例題 10.2] モールの応力円を描け	10-4
[問題 10.4] 応力	10-4
10.2.3 モールの応力円 2	10-5
[問題 10.5～10.6] 応力	10-5
10.2.4 純粋せん断	10-6
[例題 10.3] 純粋せん断	10-6
[例題 10.4] 純粋せん断	10-6
10.2.5 主応力	10-7
「ちょっと休憩 [10-1] ( $\sigma'_n$ (式(13-5)) の別の誘導)」	10.6
「ちょっと休憩 [10-2] (斜面上の応力)」	10.7
<b>11 弾性曲線によるはりのたわみ</b>	
11 弾性曲線によるはりのたわみ	11-1
11.1 弾性曲線によるはりのたわみ	11-1
11.2 境界条件	11-1
11.3 連続条件	11-1
11.4 まとめ	11-1
11.5 例題	11-2
[例題 11.1] 単純ばりのたわみ	11-2
[例題 11.2] 突上げ片持ばりのたわみ	11-3
[例題 11.3] 単純ばりのたわみ	11-4
[例題 11.4] 片持ばりのたわみ	11-5
[例題 11.5] 片持ばりのたわみ	11-5
[例題 11.6] 両端固定のはりのたわみ	11-6
[例題 11.7] 突上げ片持ばりのたわみ	11-7
[例題 11.8] 突上げ片持ばりのたわみ	11-9
11.6 問題 ([問題 11.1] ～ [問題 11.6])	11-10
<b>12 弾性荷重法によるはりのたわみ</b>	
11 弾性荷重法によるはりのたわみ	12-1
12.1 弾性荷重法	12-1
12.2 弾性荷重法によるたわみを求める過程	12-1
12.3 共役ばり	12-1
12.4 例題	12-2
[例題 12.1] 単純ばりのたわみ	12-2
[例題 12.2] 単純ばりのたわみ	12-2
[例題 12.3] 単純ばりのたわみ	12-3
[例題 12.4] 片持ばりのたわみ	12-3
[例題 12.5] 片持ばりのたわみ	12-4
[例題 12.6] 両端固定のはりのたわみ	12-4
12.5 問題 ([問題 12.1] ～ [問題 12.7])	12-5
<b>13 短柱</b>	
13.1 軸方向圧縮力が断面の図心に作用する短柱	13-1
13.2 偏心荷重を受ける短柱	13-1
13.3 構造物の安定	13-3
[例題 13.1] 安定の検討	13-3
[例題 13.2] 縁応力	13-4
[例題 13.3] 縁応力	13-4
[例題 13.4] 縁応力	13-5



[例題 13.5] 安定の検討	13-5
「ちょっと休憩 [13-1] (斜面上での安定に関する考察)」	13-6
<b>14 長柱の座屈</b>	
14.1 換算長	14-1
14.2 各種長柱公式	14-1
14.3 各種長柱の座屈荷重	14-3
14.3.1 両端ヒンジ柱の座屈荷重	14-3
14.3.2 一端固定・他端ヒンジ柱の座屈荷重	14-4
14.3.3 両端固定の柱の座屈荷重	14-5
14.3.4 一端固定・他端ヒンジ柱の座屈荷重	14-6
14.3.5 任意横分布荷重が作用するはりの座屈部分方程式	14-7
[例題 14.1] 曲げ剛性の変化する柱	14-7
[例題 14.2] H型鋼の座屈	14-9
<b>15 簡単な棒のねじり</b>	
15.1 中実丸棒のねじり	15-1
15.2 中空丸棒のねじり	15-2
15.1 薄肉管のねじり	15-2
[例題 15.1] 中実丸棒のねじり	15-3
[例題 15.2] 中実丸棒のねじり	15-3
「ちょっと休憩 [15-1] (タイヤ交換)」	15-3
<b>16 構造物の種類</b>	
16.1 構造物の分類	16-1
16.1.1 静定構造物	16-1
16.1.2 不静定構造物	16-1
16.1.3 構造物の分類	16-1
16.1.4 不安定構造物	16-1
16.2 支点	16-1
16.3 各種構造物	16-2
16.4 不静定次数の計算法	16-2
16.4.1 トラス構造物の不静定次数	16-2
16.4.2 ラーメン構造物の不静定次数	16-2
[例題 16.1] 不静定次数	16-3
<b>17 静定ラーメン</b>	
17.1 門形ラーメン	17-1
[例題 17.1] 門形ラーメン	17-1
[例題 17.2] 門形ラーメン	17-2
[例題 17.3] 門形ラーメン	17-2
[例題 17.4] 門形ラーメン	17-3
17.2 3 ヒンジドラーメン	17-4
[例題 17.5] 3 ヒンジドラーメン	17-4
[例題 17.6] 3 ヒンジドラーメン	17-4
[例題 17.7] 3 ヒンジドラーメン	17-5
17.3 片持ばり系ラーメン	17-6
[例題 17.8] 片持ばり系ラーメン	17-6
[例題 17.9] 片持ばり系ラーメン	17-6
[例題 17.10] 片持ばり系ラーメン	17-7
[例題 17.11] 片持ばり系ラーメン	17-7

<b>18 静定トラスの部材応力</b>	
18.1 トラス構造物	18-1
18.2 トラス各部の名称	18-1
18.3 トラスの静定と安定	18-2
18.4 部材応力の計算法	18-3
18.4.1 節点法	18-3
[例題 18.1] ワーレントラスの部材力	18-4
18.4.2 断面法	18-5
[例題 18.2] ワーレントラスの部材力	18-5
[例題 18.3] K トラスの部材力	18-6
[例題 18.4] 曲弦ワーレントラスの部材力	18-7
[問題 18.1] トラスの部材力	18-8
[問題 18.2] トラスの部材力	18-9
[問題 18.3] トラスの部材力	18-11
<b>19 トラスの図式解法</b>	
19.1 トラスの部材力	19-1
19.1.1 外力の表示	19-1
19.1.2 部材力の表示	19-1
19.1.3 節点法 (Cremona 法)	19-1
[例題 19.1] 部材力	19-2
19.2 トラスの変形	19-3
19.2.1 部材の伸び	19-3
19.2.2 図解法	19-3
19.2.3 相対変位図	19-4
19.2.4 回転変位図	19-5
19.2.5 真変位図	19-6
「ちょっと休憩 [19-1] (トラスの図解法)」	19-8
<b>20 トラスの影響線</b>	
20.1 トラスの影響線	20-1
20.1.1 ワーレントラスの影響線	20-1
[例題 20.1] ワーレントラスの影響線	20-1
20.1.2 曲弦トラスの影響線	20-2
[例題 20.2] 曲弦トラスの影響線	20-2
20.1.3 移動する部分分布荷重	20-3
[例題 20.3] 移動する部分分布荷重	20-3
20.2 影響線問題	20-4
[例題 20.4] 影響線	20-6
[例題 20.5] 影響線	20-7

## 問題解答