

正三角形と等しい面積を持つ正方形を作図せよ

金沢光則

平成 14 年 10 月 17 日

1 はじめに

「円の面積と等しい正方形を作図せよ」という問題があった。もちろんこれは可能ではない。「正三角形と同じ面積の正方形を作図せよ」という質問を受けたという話を聞いた。

1.1 面積

正三角形の 1 辺を 2 とすると、正三角形の面積は $\sqrt{3}$ なので、正方形の 1 辺の長さは $\sqrt[4]{3}$ となる。これはもちろん作図可能な長さだが、さて実際に作図するとなるとどうしたものだろう。

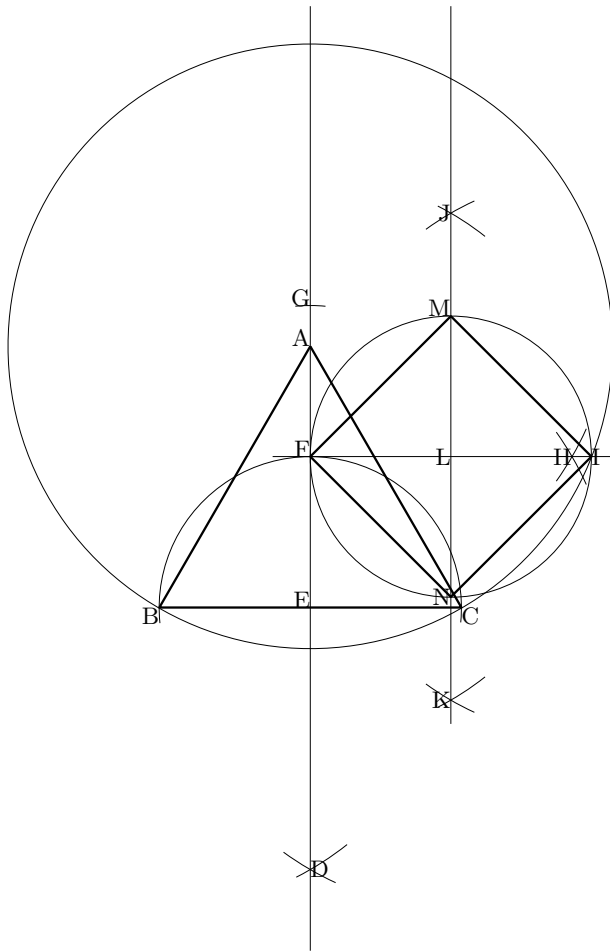
1.2 円との交点

平方根を作図するには、円と直線の交点を考えるのが普通である。そこで、次の円を考えた。

$$(x - \sqrt{3})^2 + y^2 = 4$$

展開すると、 $x^2 + y^2 - 2\sqrt{3}x - 1 = 0$ となるので、 $x = 1$ を代入すれば $y^2 = 2\sqrt{3}$ となる。このとき、 y は正方形の対角線の長さになる。これを使って作図してみよう。

2 作図の手順



$\triangle ABC$ から始めて、点を順に D, E, F, ..., N まで作図すれば、正方形 FMIN が求める等積正方形である。

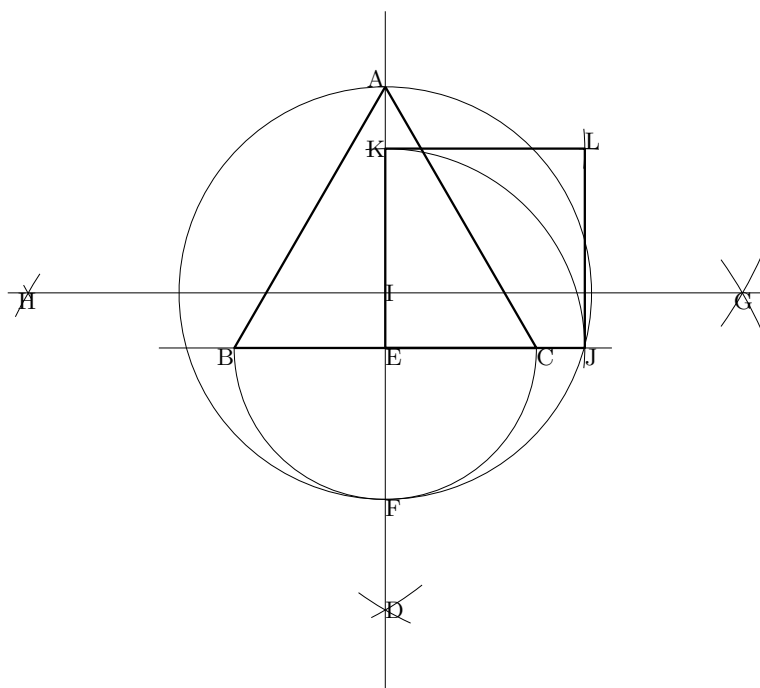
3 その後

この話を何人かに聞いてみたら、もっと簡単な作図があった。気になっていた \sqrt{a} の作図と同値であった。

3.1 式

円 $\left(x - \frac{a+1}{2}\right)^2 + y^2 = \left(\frac{a+1}{2}\right)^2$ において、 $x = a$ を代入すると、 $y^2 = a$ となる。この式を使って作図したのが次である。

3.2 作図の手順



$\triangle ABC$ から始めて, 点を順に D, E, F, ..., L まで作図すれば, 正方形 EKLJ が求める等積正方形である。