1　はじめに

　よく知られていることだと思うのですが、意外と知らない人も多いようですね。今回の試験に、このように解答した生徒が×になっていて気付きました。
問題は何でもいいのですが、今手元にある数研出版の数学Aからとります。

2　問題

最初の n 項の和が $S_n = n^3$ で表される数列の第 n 項を求めよ。

2.1　標準的解答

$n \geqq 2$ のとき、$a_n = S_n - S_{n-1} = \{n^3\} - \{(n-1)^3\} = 3n^2 - 3n + 1$
$n = 1$ のとき、$a_1 = S_1 = 1^3 = 1.$
ここで、$n = 1$ のとき、$3n^2 - 3n + 1 = 3 - 3 + 1 = 1 = a_1$ となるので、まとめて

$$a_n = 3n^2 - 3n + 1 (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

2.2　$n \geqq 2$ の場合分けをしない解答例

形式的に $S_0 = 0^3 = 0$ ゆえ、すべての自然数 n に対して、
$a_n = S_n - S_{n-1} = \{n^3\} - \{(n-1)^3\} = 3n^2 - 3n + 1$ が成り立つ。

3　$n = 1$ の場合をまとめるときの疑問

教科書では、$n \geqq 1$ の式が $n = 1$ のときも成り立つ、あるいは $n = 1$ のときの式が $n \geqq 2$ のときの式に一致すると言葉で書いてある。
生徒も、$n = 1$ のとき成り立つと書くが、以前、東大の先生が、入学した学生に本当にわかっているのか聞いたところ、わかっていたのはクラスで2名で、ほとんどの生徒は、高校の教師にわからなくてもそう書くように指導されたと言っていたという話を伺ったことがある。
言葉で書かれては、理解内容が見えないので意見はできないが、式で

$$a_1 = 3 - 3 + 1 = 1 \text{ ゆえ成り立つ}$$

と書く生徒がかなりいる。実は、教師にも結構いる。
この最初の等号を確認する作業をしているのだから

$$3 - 3 + 1 = 1 = a_1$$

で無ければならない。
本当に理解することを生徒に要求せずに、試験でいい点を取らせることが教師の使命だと思っているのではないかなあ？