１学期小中間考査　２年　数学ⅡＢ（その１）　'99.4.30

$\boxed{1}$ 次の空欄を埋めよ。

(1) $\cos 15^\circ = \cos\left(60^\circ - \boxed{45^\circ}\right)$

$= \cos 60^\circ \cos \boxed{45^\circ} + \sin 60^\circ \sin \boxed{45^\circ} = \boxed{\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}}$

(2) $\cos^2 15^\circ = \dfrac{1+\cos\boxed{30^\circ}}{2} = \boxed{\dfrac{2+\sqrt{3}}{4}}$

$\cos 15^\circ > 0$ ゆえ、$\cos 15^\circ = \boxed{\dfrac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}}$

(3) $\sin(\theta + 30^\circ) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $(0^\circ \leqq \theta < 360^\circ)$ を解く。

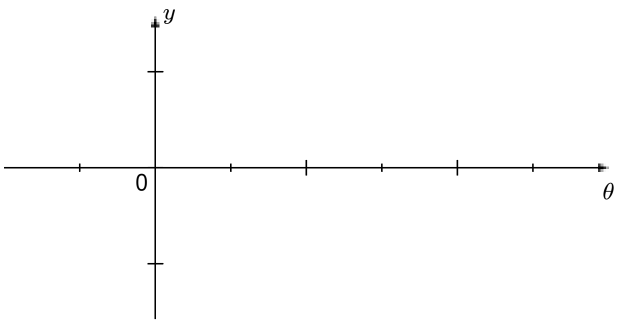
$x = \theta + 30^\circ$ とおくと、$\boxed{30^\circ} \leqq x < \boxed{390^\circ}$ でかつ $\sin x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. これを解くと、$x = \boxed{45^\circ, 135^\circ}$. よって、$\theta = \boxed{15^\circ, 105^\circ}$

(4) 不等式 $\cos\theta < \dfrac{1}{2}$ $(0^\circ \leqq \theta < 360^\circ)$ の解は、$\boxed{60^\circ < \theta < 300^\circ}$

(5) α, β が鋭角で、$\tan\alpha = 2$, $\tan\beta = 3$ のとき、$\tan(\alpha+\beta) = \boxed{-1}$ で、$\boxed{0^\circ} < \alpha + \beta < \boxed{180^\circ}$ だから $\alpha + \beta = \boxed{135^\circ}$

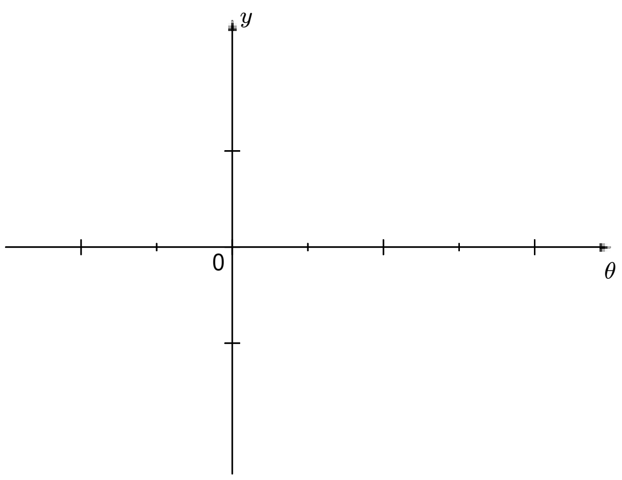
$\boxed{2}$ 次の関数のグラフをかけ。また、周期を求めよ。(2) は、漸近線の方程式もすべて求めよ。

(1) $y = \sin 2\theta$　　周期は $\boxed{180^\circ}$



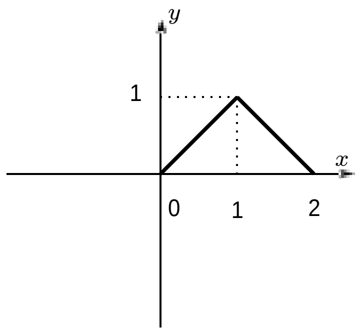
(2) $y = \tan\theta$　　周期は $\boxed{180^\circ}$

漸近線は $\boxed{\theta = 90^\circ + 180^\circ \times n \ (n \text{ は整数})}$

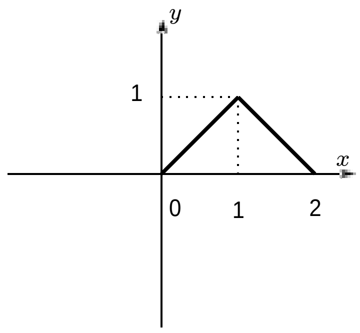


$\boxed{3}$ 次の問に答えよ。また空欄に適当な数を入れよ。

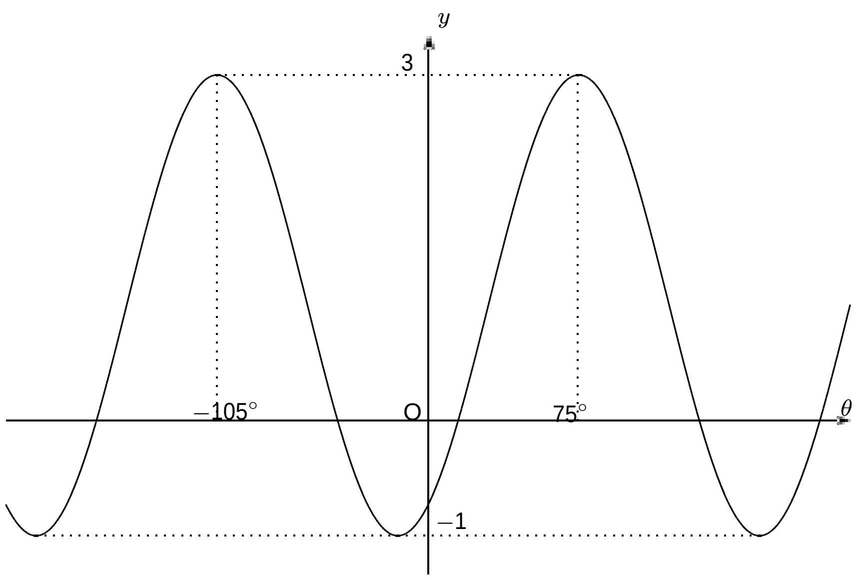
(1) 次のグラフが奇関数のグラフとなるように $-2 \leqq x \leqq 0$ の部分を描け。



(2) 次のグラフが、周期 2 の関数のグラフとなるように $-2 \leqq x \leqq 0$ の部分を描け。



(3) 下は $y = A\sin(B\theta - C) + D$ のグラフである。最大値は $\boxed{\text{ア}}$ で最小値は $\boxed{\text{イ}}$、最大値と最小値の平均は $\boxed{\text{ウ}}$ ゆえ、$A = \boxed{\text{エ}}$, $D = \boxed{\text{オ}}$. 周期は $\boxed{\text{カ}}$ ゆえ、$B = \boxed{\text{キ}}$. また、$C = \boxed{\text{ク}}$ となる。ただし、A, B, C は正の数 (角) とし、可能な値が複数ある場合は、最小の値とする。



ア	3	イ	−1	ウ	1	エ	2
オ	1	カ	180°	キ	2	ク	30°

$\boxed{4}$ α, β をともに第１象限の角とする。$\sin\alpha = \dfrac{3}{5}$, $\cos\beta = \dfrac{1}{2}$ であるとき、$\sin(\alpha+\beta)$ の値を求めよ。

－解答例－

$0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ゆえ、$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \sqrt{1-\dfrac{9}{25}} = \dfrac{4}{5}$.

$0^\circ < \beta < 90^\circ$ ゆえ、$\sin\beta = \sqrt{1-\cos^2\beta} = \sqrt{1-\dfrac{1}{4}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

よって、

$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

$= \dfrac{3}{5} \times \dfrac{1}{2} + \dfrac{4}{5} \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{3+4\sqrt{3}}{10}$.

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

その１

１学期小中間考査　２年　数学 II B（その 2）　'99.4.30

$\boxed{5}$ 直線 $y = 2x$ と直線 $y = \dfrac{1}{3}x$ のなす角 θ を求めよ。ただし $0^\circ \leqq \theta \leqq 90^\circ$ とする。

– 解答例 –

直線 $y = 2x$, $y = \dfrac{1}{3}x$ が x 軸の正の向きとなす角をそれぞれ θ_1, θ_2 とおくと、図 (省略) より

$\theta = \theta_1 - \theta_1$, $\tan\theta_1 = 2$, $\tan\theta_2 = \dfrac{1}{3}$.

$$\tan\theta = \tan(\theta_1 - \theta_2) = \frac{\tan\theta_1 - \tan\theta_2}{1 + \tan\theta_1 \tan\theta_2} = \frac{2 - \frac{1}{3}}{1 + \frac{2}{3}} = 1.$$

$0^\circ \leqq \theta \leqq 90^\circ$ ゆえ、$\theta = 45^\circ$.

$\boxed{6}$ $0^\circ \leqq \theta < 360^\circ$ のとき、次の不等式を解け。

(1) $\sin 2\theta = \sqrt{3}\sin\theta$

– 解答例 –

倍角公式から、

$$\begin{aligned} 2\sin\theta\cos\theta &= \sqrt{3}\sin\theta \\ \sin\theta(2\cos\theta - \sqrt{3}) &= 0 \end{aligned}$$

$\therefore \sin\theta = 0$ または $\cos\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

$0^\circ \leqq \theta < 360^\circ$ ゆえ、$\theta = 0^\circ, 180^\circ, 30^\circ, 330^\circ$.

(2) $\sqrt{2}\sin(2\theta - 60^\circ) > 1$

– 解答例 –

$2\theta - 60^\circ = X$ とおくと、与式は、

$\sin X > \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $(-60^\circ \leqq X < 660^\circ)$ となる。

図 (省略) より、これを解くと、

$45^\circ < X < 135^\circ$, $405^\circ < X < 495^\circ$.

よって、

$\dfrac{105^\circ}{2} < \theta < \dfrac{195^\circ}{2}$, $\dfrac{465^\circ}{2} < \theta < \dfrac{555^\circ}{2}$.

$\boxed{7}$ $0^\circ \leqq \theta < 360^\circ$ のとき、関数 $y = \cos 2\theta + 2\sin\theta + 1$ の最大値、最小値を求めよ。また、そのときの θ の値も求めよ。

– 解答例 –

倍角公式より

$y = 1 - 2\sin^2\theta + 2\sin\theta + 1 = \cdots = -2\left(\sin\theta - \dfrac{1}{2}\right)^2 + \dfrac{5}{2}$

グラフ (省略) より

最大値 $\dfrac{5}{2}$ $\left(\sin\theta = \dfrac{1}{2}\right)$

最小値 -2 $(\sin\theta = -1)$

$0^\circ \leqq \theta < 360^\circ$ ゆえ、

$\sin\theta = -1$ を解くと、$\theta = 270^\circ$.

$\sin\theta = \dfrac{1}{2}$ を解くと、$\theta = 30^\circ, 150^\circ$.

よって、最大値 $\dfrac{5}{2}$ $(\theta = 30^\circ, 150^\circ)$, 最小値 -2 $(\theta = 270^\circ)$

$\boxed{8}$ 連立方程式 $\begin{cases} \sin 2x + \cos y &= 1 \\ \sin y + \cos 2x &= 1 \end{cases}$ $(0^\circ \leqq x, y < 360^\circ)$ を解け。

– 解答例 –

与式を平方すると、

$\sin^2 2x + 2\sin x\cos y + \cos^2 y = 1$

$\sin^2 y + 2\sin y\cos 2x + \cos^2 2x = 1$

辺々加えて

$2(\sin 2x\cos y + \sin y\cos 2x) = 0$. よって、$\sin(2x + y) = 0$.

これを解いて、$2x + y = 360^\circ \times n$ または $180^\circ + 360^\circ \times n$ (n は整数)

$2x + y = 360^\circ$ のとき、与式に代入すると

$\sin(-y) + \cos y = 1$, $\sin y + \cos(-y) = 1$.

これから、$\sin y = 0$, $\cos y = 1$ となる。$0^\circ \leqq y < 360^\circ$ ゆえ、$y = 0^\circ$.

与式に代入し、$\sin 2x = 0$, $\cos 2x = 1$. $0^\circ \leqq 2x < 720^\circ$ ゆえ、$x = 0^\circ$, 180°.

$2x + y = 180^\circ + 360^\circ$ のとき、与式に代入すると

$\sin(-y + 180^\circ) + \cos y = 1$, $\sin y + \cos(-y + 180^\circ) = 1$.

よって、$\sin y + \cos y = 1$, $\sin y - \cos y = 1$.

これを解くと、$\sin y = 1$, $\cos y = 0$. $0^\circ \leqq y < 360^\circ$ ゆえ、$y = 90^\circ$.

与式に代入し、$\sin 2x = 1$, $\cos 2x = 0$. $0^\circ \leqq 2x < 720^\circ$ ゆえ、$x = 45^\circ$, 225°.

まとめて、$(x, y) = (0^\circ, 0^\circ)$, $(180^\circ, 0^\circ)$, $(45^\circ, 90^\circ)$, $(225^\circ, 90^\circ)$.

【別解】$(1 - \sin 2x)^2 + (1 - cos2x)^2 = 1$ からはじめると、$\sin 4x = 0$ を得る。

_____ 組 _____ 番　氏名 ________________________

その 2	合計点