小テスト (例題 1 : ベクトルと図形)

_____ 組 _____ 番　氏名 ____________________________

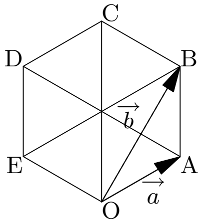
$\boxed{1}$ 下図の正六角形において、次のベクトルを $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ で表せ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \boxed{}$

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \boxed{}$

(3) $\overrightarrow{\mathrm{OD}} = \boxed{}$

(4) $\overrightarrow{\mathrm{OE}} = \boxed{}$



$\overrightarrow{a} = \overrightarrow{\mathrm{OA}}$　　$\overrightarrow{b} = \overrightarrow{\mathrm{OB}}$

小テスト (例題 1 : ベクトルと図形)

＿＿ 組 ＿＿ 番　氏名 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

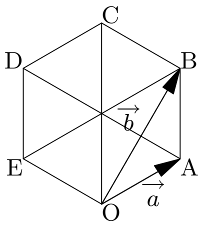
$\boxed{1}$ 下図の正六角形において、次のベクトルを $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ で表せ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \boxed{-\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}}$

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \boxed{-2\overrightarrow{a} + 2\overrightarrow{b}}$

(3) $\overrightarrow{\mathrm{OD}} = \boxed{-3\overrightarrow{a} + 2\overrightarrow{b}}$

(4) $\overrightarrow{\mathrm{OE}} = \boxed{-2\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}}$



$\overrightarrow{a} = \overrightarrow{\mathrm{OA}}$　　$\overrightarrow{b} = \overrightarrow{\mathrm{OB}}$

小テスト (例題 2 : ベクトルの分解)　　____ 組 ____ 番　氏名 ______________________

$\boxed{2}$ $\overrightarrow{a} = (2, 3)$, $\overrightarrow{b} = (5, -1)$, $\overrightarrow{c} = (-1, -10)$ とする。$\overrightarrow{c}$ を $m\overrightarrow{a} + n\overrightarrow{b}$ の形に表せ。

小テスト (例題 2 : ベクトルの分解)　　_____ 組 _____ 番　氏名 ________________________

$\boxed{2}$ $\overrightarrow{a}=(2,3)$, $\overrightarrow{b}=(5,-1)$, $\overrightarrow{c}=(-1,-10)$ とする。$\overrightarrow{c}$ を $m\overrightarrow{a}+n\overrightarrow{b}$ の形に表せ。

—解答例—

$(-1,-10)=m(2,3)+n(5,-1)$

$\therefore (-1,-10)=(2m+5n, 3m-n)$

$$\therefore \begin{cases} 2m+5n & =-1 \\ 3m-n & =-10 \end{cases}$$

これを解いて、$m=-3$, $n=1$

よって $\overrightarrow{c}=-3\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}$

小テスト (例題３：平行四辺形)　　　＿＿＿組＿＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{3}$ 平面上に３点 A$(5, -2)$, B$(-6, 4)$, C$(-3, -7)$ がある。この３点を頂点に持つ平行四辺形 ABCD の残りの頂点 D の座標を求めよ。

小テスト (例題３：平行四辺形)

_____ 組 _____ 番　氏名 ________________________

$\boxed{3}$ 平面上に３点 $\mathrm{A}(5,-2)$, $\mathrm{B}(-6,4)$, $\mathrm{C}(-3,-7)$ がある。この３点を頂点に持つ平行四辺形 ABCD の残りの頂点 D の座標を求めよ。

—解答例—

$\mathrm{D}(x,y)$ とおく。

$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{DC}}$ ゆえ

$(-6,4)-(5,-2)=(-3,-7)-(x,y)$

$\therefore (x,y)=(-3,-7)-(-6,4)+(5,-2)=(8,-13)$

小テスト (例題 4： 平行なベクトル)　　＿＿＿ 組 ＿＿＿ 番　氏名 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{4}$ $\overrightarrow{a} = (1, -4)$, $\overrightarrow{b} = (-1, 2)$, $\overrightarrow{c} = (3, -2)$ のとき次の問に答えよ

(1) $\overrightarrow{a} + t\overrightarrow{b}$ が $\overrightarrow{c}$ と平行になるように、実数 t の値を定めよ。

(2) $|\overrightarrow{a} + t\overrightarrow{b}| = \sqrt{17}$ となるように実数 t の値を求めよ。

小テスト (例題 4： 平行なベクトル)　　＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{4}$ $\overrightarrow{a} = (1, -4),\ \overrightarrow{b} = (-1, 2),\ \overrightarrow{c} = (3, -2)$ のとき次の問に答えよ

(1) $\overrightarrow{a} + t\overrightarrow{b}$ が $\overrightarrow{c}$ と平行になるように、実数 t の値を定めよ。

—解答例—

$\overrightarrow{a} + t\overrightarrow{b} = m\overrightarrow{c}$　(m は実数) と書ける。

成分で表して、

$(1, -4) + t(-1, 2) = m(3, -2) \quad \therefore \begin{cases} 1 - t & = 3m \cdots ① \\ -4 + 2t & = -2m \cdots ② \end{cases}$

②から $m = 2 - t$ ゆえ①に代入して $1 - t = 6 - 3t \quad \therefore t = \dfrac{5}{2}$

(2) $|\overrightarrow{a} + t\overrightarrow{b}| = \sqrt{17}$ となるように実数 t の値を求めよ。

—解答例—

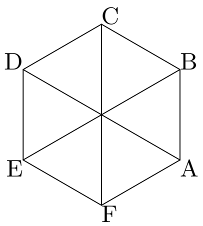
$$17 = |\overrightarrow{a} + t\overrightarrow{b}|^2 = |(1, -4) + t(-1, 2)|^2 = |(1 - t, -4 + 2t)|^2$$
$$= (1 - t)^2 + (-4 + 2t)^2 = 1 - 2t + t^2 + 16 - 16t + 4t^2 = 5t^2 - 18t + 17$$
$$\therefore 5t^2 - 18t = t(5t - 18) = 0 \quad \therefore t = 0,\ \frac{18}{5}$$

小テスト (内積の定義)

＿＿＿ 組 ＿＿＿ 番　氏名 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{5}$ ベクトル $(3, -1)$, $(1, -2)$ の内積を求めよ。また、なす角を求めよ。

$\boxed{6}$ 右図は、１辺の長さが１の正六角形である。次の内積を求めよ。



(1) $\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AF}}$

(2) $\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BC}}$

(3) $\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{CD}}$

小テスト (内積の定義)　　＿＿＿ 組 ＿＿＿ 番　氏名 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{5}$ ベクトル $(3,-1)$, $(1,-2)$ の内積を求めよ。また、なす角を求めよ。

—解答例—

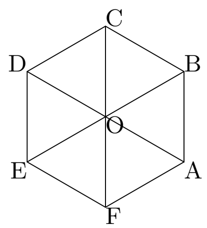
$(3,-1)\cdot(1,-2)=3+2=5$

なす角を θ　$(0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ)$ とおくと

$\cos\theta=\dfrac{5}{|(3,-1)|\cdot|(1,-2)|}=\dfrac{5}{\sqrt{9+1}\cdot\sqrt{1+4}}=\dfrac{5}{5\sqrt{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ ゆえ $\theta=45^\circ$

$\boxed{6}$ 右図は、１辺の長さが１の正六角形である。次の内積を求めよ。



(1) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AF}}$

—解答例—

$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AF}}=1\cdot1\cdot\cos120^\circ=-\dfrac{1}{2}$

(2) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BC}}$

—解答例—

$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BC}}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AO}}=1\cdot1\cdot\cos60^\circ=\dfrac{1}{2}$

(3) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CD}}$

—解答例—

$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CD}}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AF}}=-\dfrac{1}{2}$

小テスト (例 4: 垂直な単位ベクトル)

_____ 組 _____ 番　氏名 ________________________

$\boxed{7}$ $\overrightarrow{a} = (3, 4)$ に垂直な単位ベクトルを求めよ。

小テスト (例 4 : 垂直な単位ベクトル)　　　_____ 組 _____ 番　氏名 ______________________

$\boxed{7}$ $\overrightarrow{a} = (3, 4)$ に垂直な単位ベクトルを求めよ。

—解答例—

$(3, 4) \perp (4, -3)$ であり、$|(4, -3)| = \sqrt{16 + 9} = 5$ ゆえ

求める単位ベクトルは、$\pm\dfrac{(4, -3)}{5} = \pm\left(\dfrac{4}{5}, -\dfrac{3}{5}\right)$

—別解—

求めるベクトルを (x, y) とおくと、

$(3, 4) \cdot (x, y) = 3x + 4y = 0 \cdots$ ①

$|(x, y)|^2 = x^2 + y^2 = 1 \cdots$ ②

① から $y = -\dfrac{3}{4}x$ ゆえ $x^2 + \dfrac{9}{16}x^2 = \dfrac{25x^2}{16} = 1$

$\therefore x^2 = \dfrac{16}{25}$

$\therefore x = \pm\dfrac{4}{5}$

よって、求めるベクトルは $\left(\dfrac{4}{5}, -\dfrac{3}{5}\right), \left(-\dfrac{4}{5}, \dfrac{3}{5}\right)$

小テスト **(例題 5 : ベクトルの大きさ)**　　　＿＿＿ 組 ＿＿＿ 番　氏名 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{8}$ $|\overrightarrow{a}| = 3,\ |\overrightarrow{b}| = 4,\ |2\overrightarrow{a} - 3\overrightarrow{b}| = 6$ のとき、$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ の値を求めよ。

小テスト (例題 5 : ベクトルの大きさ) _____ 組 _____ 番　氏名 ________________________

$\boxed{8}$ $|\overrightarrow{a}| = 3,\ |\overrightarrow{b}| = 4,\ |2\overrightarrow{a} - 3\overrightarrow{b}| = 6$ のとき、$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ の値を求めよ。

—解答例—

$$\begin{aligned}
36 &= |2\overrightarrow{a} - 3\overrightarrow{b}|^2 \\
&= (2\overrightarrow{a} - 3\overrightarrow{b}) \cdot (2\overrightarrow{a} - 3\overrightarrow{b}) \\
&= 4\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{a} - 12\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} + 9\overrightarrow{b} \cdot \overrightarrow{b} \\
&= 4|\overrightarrow{a}|^2 - 12\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} + 9|\overrightarrow{b}|^2 \\
&= 36 - 12\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} + 144 \\
\therefore \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} &= 12
\end{aligned}$$

小テスト (分点の位置ベクトル)　　＿＿＿組＿＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{9}$ A($\overrightarrow{a}$)，B($\overrightarrow{b}$) に対して線分ＡＢを次の比に分ける点の位置ベクトルを，$\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{b}$ を用いて表せ。

(1) ４：３の比に内分する点　　(2) ３：５の比に外分する点

$\boxed{10}$ A($\overrightarrow{a}$)，B($\overrightarrow{b}$)，C($4\overrightarrow{a}-3\overrightarrow{b}$) のとき，３点Ａ，Ｂ，Ｃは１直線上にあることを示せ。

小テスト (分点の位置ベクトル)　　＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{9}$ A($\vec{a}$)，B($\vec{b}$) に対して線分ＡＢを次の比に分ける点の位置ベクトルを，$\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

(1) ４：３の比に内分する点

—解答例—

$$\frac{3\vec{a}+4\vec{b}}{4+3}$$
$$=\frac{3\vec{a}+4\vec{b}}{7} \quad /\!/$$

(2) ３：５の比に外分する点

—解答例—

$$\frac{-5\vec{a}+3\vec{b}}{3-5}$$
$$=\frac{-5\vec{a}+3\vec{b}}{-2}$$
$$=\frac{5\vec{a}-3\vec{b}}{2} \quad /\!/$$

$\boxed{10}$ A($\vec{a}$)，B($\vec{b}$)，C($4\vec{a}-3\vec{b}$) のとき，３点Ａ，Ｂ，Ｃは１直線上にあることを示せ。

—解答例—

$\overrightarrow{AB}=\vec{b}-\vec{a}$

$\overrightarrow{AC}=(4\vec{a}-3\vec{b})-\vec{a}=3\vec{a}-3\vec{b}=-3(\vec{b}-\vec{a})$

$\therefore \overrightarrow{AC}=-3\overrightarrow{AB}$

ゆえに３点Ａ，Ｂ，Ｃは１直線上にある $/\!/$

小テスト (問4：一直線上の３点 p26)　　＿＿ 組 ＿＿ 番　氏名 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{11}$ △ ABC の辺 AB を 3:4 に内分する点を R, 辺 BC を 2:1 に外分する点を P, 辺 CA を 2:3 に内分する点を Q とする。$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{b}$, $\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\vec{c}$ とする。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AR}}$, $\overrightarrow{\mathrm{AQ}}$, $\overrightarrow{\mathrm{AP}}$を $\vec{b}$, $\vec{c}$ で表せ。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{RQ}}$,$\overrightarrow{\mathrm{QP}}$を $\vec{b}$, $\vec{c}$ で表せ。

(3) 3 点 P,Q,R は同一直線上にあることを示せ。

小テスト (問4：一直線上の3点 p26)　　　____ 組 ____ 番　氏名 ____________________

$\boxed{11}$ △ABC の辺 AB を 3:4 に内分する点を R, 辺 BC を 2:1 に外分する点を P, 辺 CA を 2:3 に内分する点を Q とする。$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{b}$, $\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\vec{c}$ とする。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AR}}$, $\overrightarrow{\mathrm{AQ}}$, $\overrightarrow{\mathrm{AP}}$を $\vec{b}, \vec{c}$ で表せ。

—解答例—

$$\overrightarrow{\mathrm{AR}}=\frac{3}{7}\vec{b},\quad \overrightarrow{\mathrm{AQ}}=\frac{3}{5}\vec{c},\quad \overrightarrow{\mathrm{AP}}=\frac{-\vec{b}+2\vec{c}}{2-1}=-\vec{b}+2\vec{c}$$

(2) $\overrightarrow{\mathrm{RQ}}$,$\overrightarrow{\mathrm{QP}}$を $\vec{b}, \vec{c}$ で表せ。

—解答例—

$$\overrightarrow{\mathrm{RQ}}=\overrightarrow{\mathrm{AQ}}-\overrightarrow{\mathrm{AR}}=-\frac{3}{7}\vec{b}+\frac{3}{5}\vec{c}=\frac{3}{35}(-5\vec{b}+7\vec{c})$$

$$\overrightarrow{\mathrm{QP}}=\overrightarrow{\mathrm{AP}}-\overrightarrow{\mathrm{AQ}}=-\vec{b}+\frac{7}{5}\vec{c}=\frac{1}{5}(-5\vec{b}+7\vec{c})$$

(3) 3 点 P,Q,R は同一直線上にあることを示せ。

—解答例—

(2) から

$\overrightarrow{\mathrm{RQ}} \mathbin{/\!/} -5\vec{b}+7\vec{c} \mathbin{/\!/} \overrightarrow{\mathrm{QP}}$

よって P,Q,R は同一直線上にある。

小テスト (例題 2: 交点の位置ベクトル p27) ＿＿ 組 ＿＿ 番　氏名 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{12}$ $\triangle OAB$ において、辺 OA を 1:2 に内分する点を M, 辺 OB を 3:2 に内分する点を N とし、線分 AN, BM の交点を P とする。$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$を$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\overrightarrow{a}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\overrightarrow{b}$ を用いて表せ。さらに、OP と AB の交点を Q とするとき OP : PQ, AQ : QB も求めよ。

小テスト (例題2: 交点の位置ベクトル)　＿＿ 組 ＿＿ 番　氏名 ＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{12}$ $\triangle OAB$ において、辺 OA を 1:2 に内分する点を M, 辺 OB を 3:2 に内分する点を N とし、線分 AN, BM の交点を P とする。$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$を$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\overrightarrow{a}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\overrightarrow{b}$ を用いて表せ。さらに、OP と AB の交点を Q とするとき OP : PQ, AQ : QB も求めよ。

—解答例—

$\mathrm{AP}:\mathrm{PN}=t:1-t,\ \mathrm{BP}:\mathrm{PM}=s:1-s$ とおくと、

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=(1-t)\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{ON}}=(1-t)\overrightarrow{a}+\frac{3}{5}t\overrightarrow{b}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=(1-s)\overrightarrow{\mathrm{OB}}+s\overrightarrow{\mathrm{OM}}=(1-s)\overrightarrow{b}+\frac{1}{3}s\overrightarrow{a}$$

$$\therefore (1-t)\overrightarrow{a}+\frac{3}{5}t\overrightarrow{b}=\frac{1}{3}s\overrightarrow{a}+(1-s)\overrightarrow{b}$$

ここで、$\overrightarrow{a},\overrightarrow{b}\neq 0,\ \overrightarrow{a}\not\parallel\overrightarrow{b}$ ゆえ

$$\begin{cases} 1-t &= \dfrac{1}{2}s \\ \dfrac{3}{5}t &= 1-s \end{cases}$$

これから $s=\dfrac{1}{2}$

$$\therefore \overrightarrow{\mathrm{OP}}=\frac{1}{6}\overrightarrow{a}+\frac{1}{2}\overrightarrow{b}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\frac{1}{6}(\overrightarrow{a}+3\overrightarrow{b})=\frac{2}{3}\cdot\frac{\overrightarrow{a}+3\overrightarrow{b}}{4}$$

よって $\mathrm{OP}:\mathrm{PQ}=2:1,\ \mathrm{AQ}:\mathrm{QB}=3:1$

小テスト (例題 6 : 点の存在範囲)　　　　＿＿ 組 ＿＿ 番　氏名 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{13}$ 1 直線上にない 3 点 O, A, B がある。s, t を実数として、$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = s\overrightarrow{\mathrm{OA}} + t\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ とおく。s, t が次の条件を満たしながら変化するとき点 P の存在する範囲を求め、図示せよ。

$$s \geqq 0, \qquad t \geqq 0, \qquad s + t \leqq 2$$

小テスト (例題 6 : 点の存在範囲)　　　____ 組 ____ 番　氏名 ____________________

$\boxed{13}$ 1 直線上にない 3 点 O, A, B がある。s, t を実数として、$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = s\overrightarrow{\mathrm{OA}} + t\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ とおく。s, t が次の条件を満たしながら変化するとき点 P の存在する範囲を求め、図示せよ。

$$s \geqq 0, \qquad t \geqq 0, \qquad s + t \leqq 2$$

—解答例—

(1) $s + t \neq 0$ のとき、
$s + t = k$ とおくと、$0 < k \leqq 2$ ゆえ $\dfrac{s}{k} + \dfrac{t}{k} = 1$
$\dfrac{s}{k} \geqq 0$, $\dfrac{t}{k} \geqq 0$, $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \dfrac{s}{k}\left(k\overrightarrow{\mathrm{OA}}\right) + \dfrac{t}{k}\left(k\overrightarrow{\mathrm{OB}}\right)$ である。
$\overrightarrow{\mathrm{OA'}} = k\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB'}}$=k$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ とおくと $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \dfrac{s}{k}\overrightarrow{\mathrm{OA'}} + \dfrac{t}{k}\overrightarrow{\mathrm{OB'}}$
よって P は線分 A$'$B$'$ を動く。
A$'$ は OA を $k : 1 - k$ に分ける点であり、B$'$ は OB を $k : 1 - k$ に分ける点である。
$0 < k \leqq 2$ ゆえ、P は $\triangle OA''B''$ の周および内部を動く。ただし、点 O をのぞく。ここで、A$''$ は OA を 2:1 に外分する点を表し、B$''$ は OB を 2:1 に外分する点を表す。

(2) $s + t = 0$ のとき
$s \geqq 0$, $t \geqq 0$ ゆえ $s = t = 0$ となる。よって、$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \overrightarrow{0}$ である。したがって $O = P$
(1), (2) から P は $\triangle OA''B''$ の周および内部を動く。
図は省略。

小テスト (例題 7 : 内積と図形の性質)　　　　＿＿＿ 組 ＿＿＿ 番　氏名 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{14}$ 四角形 ABCD において、AB=BC=CD=DA ならば対角線 AC と BD は直交することをベクトルを用いて示せ。

小テスト (例題 7 : 内積と図形の性質)　　＿＿ 組 ＿＿ 番　氏名 ＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{14}$ 四角形 ABCD において、AB=BC=CD=DA ならば対角線 AC と BD は直交することをベクトルを用いて示せ。

—解答例—

点 A を中心とする位置ベクトルを考え、B($\overrightarrow{b}$), C($\overrightarrow{c}$), D($\overrightarrow{d}$) とおく。

与えられた条件は $|\overrightarrow{b}| = |\overrightarrow{c} - \overrightarrow{b}| = |\overrightarrow{d} - \overrightarrow{c}| = |\overrightarrow{d}|$ となる。

$|\overrightarrow{c} - \overrightarrow{b}|^2 = |\overrightarrow{d} - \overrightarrow{c}|^2$ ゆえ

$|\overrightarrow{c}|^2 - 2\overrightarrow{b} \cdot \overrightarrow{c} + |\overrightarrow{b}|^2 = |\overrightarrow{d}|^2 - 2\overrightarrow{d} \cdot \overrightarrow{c} + |\overrightarrow{c}|^2$

$|\overrightarrow{b}| = |\overrightarrow{d}|$ ゆえ $\overrightarrow{b} \cdot \overrightarrow{c} - \overrightarrow{d} \cdot \overrightarrow{c} = (\overrightarrow{b} - \overrightarrow{d}) \cdot \overrightarrow{c} = 0$

$\therefore \overrightarrow{\mathrm{DB}} \perp \overrightarrow{\mathrm{AC}}$ ゆえ $AC \perp BD$ となる。

小テスト (例題 3：内積)　　＿＿＿ 組 ＿＿＿ 番　氏名 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{15}$ 2 つのベクトル $(2, 3, 4)$, $(t, 1, t)$ が垂直であるように実数 t の値を求めよ。

小テスト (例題 3：内積)

_____ 組 _____ 番　氏名 ________________________

$\boxed{15}$ 2つのベクトル $(2,3,4)$, $(t,1,t)$ が垂直であるように実数 t の値を求めよ。

—解答例—

$(2,3,4)\cdot(t,1,t)=2t+3+4t=0$

$\therefore t=-\dfrac{1}{2}$

小テスト (例題 6 : ベクトル方程式)

_____ 組 _____ 番　氏名 _________________________

$\boxed{16}$ 点 A$(6,-4,0)$ を通り、方向ベクトルが $(3,1,2)$ である直線上の点のうち、原点にもっとも近い点の座標を求めよ。

小テスト (例題 6 : ベクトル方程式)　　　＿＿＿組＿＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{16}$ 点 A(6,−4,0) を通り、方向ベクトルが (3,1,2) である直線上の点のうち、原点にもっとも近い点の座標を求めよ。

—解答例—

直線上の動点を $P(\overrightarrow{p})$ とおくと、ベクトル方程式は $\overrightarrow{p} = (6,-4,0) + t(3,1,2) = (6+3t, -4+t, 2t)$ と書ける。

このとき原点と点 P の距離を考えると

$OP^2 = (6+3t)^2 + (-4+t)^2 + (2t)^2 = 36+36t+9t^2+16-8t+t^2+4t^2 = 14t^2+28t+54 = 14(t+1)^2+40$

よって $t=-1$ のとき点 P は原点と最も近くなり、その点の座標は $\mathrm{P}(3,-5,-2)$ である。

小テスト (問２７：空間の平面)　　＿＿＿組＿＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{17}$ 空間の４点 $\mathrm{A}(1, 2, 0)$, $\mathrm{B}(0, 2, 3)$，$\mathrm{C}(4, 0, 3)$，$\mathrm{P}(m-1, 6, m+2)$ が同一平面上にあるとき，m の値を求めよ。

小テスト (問２７：空間の平面)　　　　＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{17}$ 空間の４点 $\mathrm{A}(1,2,0)$, $\mathrm{B}(0,2,3)$，$\mathrm{C}(4,0,3)$，$\mathrm{P}(m-1,6,m+2)$ が同一平面上にあるとき，m の値を求めよ。

—解答例—

４点 A,B,C,P は同一平面上にあるので,
$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = r\overrightarrow{\mathrm{OA}} + s\overrightarrow{\mathrm{OB}} + t\overrightarrow{\mathrm{OC}}\,(r+s+t=1)$ とおける。

よって

$$\begin{cases} m-1 = r+4t & \cdots ① \\ 6 = 2r+2s & \cdots ② \\ m+2 = 3s+3t & \cdots ③ \\ r+s+t = 1 & \cdots ④ \end{cases}$$

② より $r+s=3 \cdots$ ⑤

⑤を④ に代入して $3+t=1$　　　$\therefore t=-2$

$t=-2$　を ① に代入すると　$m-1=r-8$　　$\therefore m+7=r$

⑤ より $r=3-s$ を上の式に代入すると　$m+7=3-s$

$\therefore m+4=-s$　　　$\therefore s=-m-4 \cdots$ ⑥

⑥ と $t=-2$ を ③ に代入して

$m+2=3(-m-4)-6$　　　　$\therefore m=-5$ //