極限演習 No1 数列の極限

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$ 次の極限値を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2}{1^2+3^2+5^2+\cdots+(2n-1)^2}$

(2) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n+5}-\sqrt{n+3}}{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}$

(3) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{1+2+2^2+\cdots+2^n}{3^n}$

(4) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{1\times 2\times 2^2\times\cdots\times 2^n}{3^{2n}}$

(5) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{n^2}\right)$

$\boxed{2}$ 次の無限数列が収束するときの x の値の範囲を求めよ。

$$\frac{x}{1-x},\ \left(\frac{x}{1-x}\right)^2,\ \cdots,\ \left(\frac{x}{1-x}\right)^n,\ \cdots$$

$\boxed{3}$ 数列 $\{a_n\}$ について、$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{2a_n-3}{a_n+2}=4$ であるとき、$\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n$ を求めよ。

極限演習 No2 数列の極限

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{4}$ $a > 0$ のとき、次の極限値を求めよ。

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \log(a^n + a^{2n})$$

$\boxed{5}$ x の関数 $f(x) = \displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{x^n + 2x + 1}{x^{n-1} + 1}$ のグラフをかけ。

$\boxed{6}$ $0 < \theta < \pi,\ \theta \neq \dfrac{\pi}{2}$ のとき、次の極限値を求めよ。

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sin^n \theta - \cos^n \theta}{\sin^n \theta + \cos^n \theta}$$

$\boxed{7}$ $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{(x-4)^{2n+1}}{1 + (x-1)^{2n}}$ を求めよ。ただし、x は実数とする。

極限演習 No3 はさみうち

____ 組 ____ 番　氏名 ____________________

$\boxed{8}$ $\displaystyle\lim_{\theta\to\infty}\frac{\sin 2\theta}{\theta}$ を求めよ。

$\boxed{9}$ $a_n = \dfrac{1}{n^2+1}+\dfrac{1}{n^2+2}+\cdots+\dfrac{1}{n^2+2n}$ $(n=1,2,3,\cdots)$ のとき、$\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n$ を求めよ。

$\boxed{10}$ x の整数部分を $[x]$ で表すとき、次の極限を求めよ。

$$\lim_{n\to\infty}\frac{12}{n}\left[\frac{n}{3}\right]$$

$\boxed{11}$ $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{n^2}{2^n}$ を求めよ。

$\boxed{12}$ n を正の整数とする。

(1) $\left(1+\sqrt{\dfrac{2}{n}}\right)^n > n$ が成り立つことを証明せよ。

(2) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} n^{1/n}$ の値を求めよ。

極限演習 No4 無限等比級数

＿＿ 組 ＿＿ 番　氏名 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{13}$ 無限等比級数

$$x + x(2 - x^2) + x(2 - x^2)^2 + \cdots + x(2 - x^2)^n + \cdots$$

が収束するような x の値の範囲を求めよ。また、そのときの和を求めよ。

$\boxed{14}$ ある無限等比級数の和は 1 で、その各項を 3 乗して得られる無限等比級数の和は 3 である。この級数の初項と公比を求めよ。

$\boxed{15}$ 無限等比級数

①　$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots$

②　$(a_1 + 1) + (a_2 + C) + \cdots + (a_n + C^{n-1}) + \cdots$

について、

(1) ①の和が $4a_1 (a_1 \neq 0)$ であるとき、①の公比と C の値を求めよ。

(2) ②の和が 6 のとき、②の公比と a_1 を求めよ。

$\boxed{16}$ 初項 1 である無限等比級数 $\{a_n\}$ の和を S, 第 n 項までの部分和を S_n とするとき、

$$\lim_{n\to\infty} (S_1 + S_2 + \cdots + S_n - nS)$$

を S で表せ。

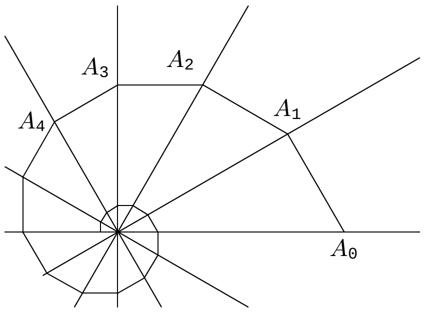
$\boxed{17}$ 次の計算の結果を循環小数で表せ。

$$0.\dot{1}\dot{2} \times 0.\dot{1}3\dot{2}$$

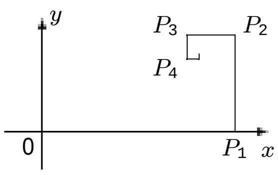
極限演習 No5 無限等比級数の応用

____ 組 ____ 番　氏名 ____________________

$\boxed{18}$ ある巻き貝の渦巻き線について次のことがわかった。中心点 O を通り、30°ずつの放射線を図のようにひき、渦巻き線との交点を順に A_0, A_1, A_2, A_3, $\cdots$ とすると、 $\triangle OA_0A_1$, $\triangle OA_1A_2$, $\cdots$ はすべて直角三角形になっている。渦巻き線を $A_0A_1A_2A_3A_4\cdots$ という折れ線とみなしてその長さを求めよ。ただし、$OA_0 = a$ とする。



$\boxed{19}$ 座標平面上で、原点 O を出発した動点 P が、図のように渦巻き状に $OP_1 = 1$, $P_1P_2 = \dfrac{1}{2}OP_1$, $P_2P_3 = \dfrac{1}{2}P_1P_2$, $P_3P_4 = \dfrac{1}{2}P_2P_3$, $\cdots$ と限りなく移動するとき、P_n はどのような点に限りなく近づくか。



$\boxed{20}$ A, B の順に交互にサイコロを投げ、先に 1 の目を出した方を勝ちとする。A, B がそれぞれ勝つ確率を求めよ。

極限演習 No6 無限等比級数の応用

____ 組 ____ 番　氏名 ______________________

$\boxed{21}$ 1 辺の長さ 1 の正三角形 ABC に内接する円を C_1 とする。2 辺 AB, AC と C_1 に接する円で C_1 より小さいものを C_2 とする。一般に、2 辺 AB, AC に接する円で C_n より小さいものを C_{n+1} とする。

(1) 円 C_n の半径を求めよ。

(2) 円 C_n の面積を S_n とするとき、$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ を求めよ。

$\boxed{22}$ 定点 $(P, 0)$ $(P > 0)$ で x 軸に接する第 1 象限内の円 $C_1,\ C_2,\ \cdots,\ C_n,\ \cdots$ を次のように定める。円 C_1 は直線 $l_1\ :\ y = 2\sqrt{2}x$ に接する。直線 l_1 に平行で円 C_1 の中心 O_1 を通る直線を l_2 とするとき、円 C_2 は l_2 に接する。以下同様に、直線 l_{n-1} に平行で円 C_{n-1} の中心 O_{n-1} を通る直線を l_n とするとき、円 C_n は l_n に接する。

(1) 円 C_n の半径 r_n を求めよ。

(2) 円 C_n の面積を S_n とするとき、$S = \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ を求めよ。

$\boxed{23}$ 一次変換 f が $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \cos\theta \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ で表されるとき、点 $A_1(1, 0)$ の f による像を A_2, A_2 の f による像を A_3 とする。このようにして順次 $A_2,\ A_3,\ A_4,\ \cdots,\ A_n,\ \cdots$ をつくっていくとき、線分 $A_1A_2,\ A_2A_3,\ \cdots, A_nA_{n+1},\ \cdots$ の長さの和を求めよ。ただし、$0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ とする。

極限演習 No7 無限級数

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

次の無限級数の収束・発散を調べ、収束するものはその和を求めよ。

(1) $\dfrac{1}{2^2-1}+\dfrac{1}{3^2-1}+\dfrac{1}{4^2-1}+\cdots$

(2) $\dfrac{1}{1\cdot 2}+\dfrac{1}{1\cdot 2+2\cdot 3}+\dfrac{1}{1\cdot 2+2\cdot 3+3\cdot 4}+\cdots$

(3) $\dfrac{1}{2!}+\dfrac{2}{3!}+\dfrac{3}{4!}+\cdots$

(4) $\dfrac{3}{3}+\dfrac{5}{3^2}+\dfrac{9}{3^3}+\dfrac{17}{3^4}+\cdots$

(5) $\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}+\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}+\cdots$

(6) $\dfrac{1}{2}+\dfrac{2}{3}+\dfrac{3}{4}+\dfrac{4}{5}+\cdots$

(7) $\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{2}{3}\right)+\left(\dfrac{2}{3}-\dfrac{3}{4}\right)+\left(\dfrac{3}{4}-\dfrac{4}{5}\right)+\cdots$

(8) $\dfrac{1}{2}-\dfrac{2}{3}+\dfrac{2}{3}-\dfrac{3}{4}+\dfrac{3}{4}-\dfrac{4}{5}+\cdots$

極限演習 No8 無限級数

____ 組 ____ 番　氏名 ________________________

$\boxed{24}$ 次の無限級数の和を求めよ。

(1) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3^n}\cos\frac{n\pi}{2}$

(2) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n}\cos\frac{2n\pi}{3}$

$\boxed{25}$ 次の問に答えよ。

(1) すべての正の数 k について $\dfrac{k+5}{(k+1)(k+2)}=\dfrac{A}{k+1}+\dfrac{B}{k+2}$ が成り立つように定数 A,B を求めよ。

(2) $a_k=\dfrac{k+5}{(k+1)(k+2)}\left(\dfrac{3}{4}\right)^{k+1},\ (k=1,2,3,\cdots)$ であるとき、$\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}a_k$ を求めよ。

$\boxed{26}$ 次の問に答えよ。

(1) $h>0$, n は自然数であるとき $(a+h)^n \geqq 1+nh+\dfrac{n(n-1)}{2}h^2$ を証明せよ。

(2) $|x|<1$ のとき $\displaystyle\lim_{n\to\infty}nx^n=0$ であることを証明せよ。

(3) $|x|<1$ のとき、無限級数 $1+2x+3x^2+\cdots+(n+1)x^n+\cdots$ の和を求めよ。

極限演習 No9 無限級数

____ 組 ____ 番　氏名 ____________________

$\boxed{27}$ $a,\ b$ を実数とする。無限級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(a^n - b^n)$ が収束するとき、点 (a, b) の存在する範囲を求め、これを図示せよ。

$\boxed{28}$ 無限級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ が収束するならば、無限級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(a_n + 1)$ は発散することを証明せよ。

$\boxed{29}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}a_n = 1,\ \lim_{n\to\infty} na_n = 0$ であるとき、$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}n(a_n - a_{n+1}) = 1$ であることを証明せよ。

$\boxed{30}$ 2 つの級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}a_n,\ \sum_{n=1}^{\infty}na_n$ がそれぞれ和 $A,\ B$ を持つとき、次の問に答えよ。ただし、$a_1 = 1$ とする。

(1) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}n(a_n + a_{n+1})$ を A, B で表せ。

(2) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} n^2a_n = 0$ のとき、$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(n+1)^2(a_n - a_{n+1})$ を A, B で表せ。

極限演習 No10 漸化式と極限

____ 組 ____ 番　氏名 ____________________

$\boxed{31}$ 数列 $\{a_n\}$ が $a_1 = 1,\ 4a_{n+1} - 3a_n - 2 = 0\ (n = 1, 2, 3, \cdots)$ で与えられているとき、

(1) 一般項 a_n を求めよ。

(2) $S_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k$ を求めよ。

(3) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{S_n}{n}$ を求めよ。

$\boxed{32}$ $a_1 = \dfrac{1}{6},\ \dfrac{1}{a_n} = \dfrac{1}{a_{n-1}} + 3(n^2 + n)\ (n = 2, 3, 4, \cdots)$ を満たす数列 $\{a_n\}$ について

(1) a_n を n の式で表せ。

(2) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ を求めよ。

$\boxed{33}$ $a_1 = a,\ a_2 = b,\ 3a_{n+2} - 5a_{n+1} + 2a_n = 0\ (n \geqq 1)$ で定義された数列 $\{a_n\}$ がある。

(1) 一般項 $\{a_n\}$ を $a,\ b,\ n$ の式で表せ。

(2) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 9$ となるように $a,\ b$ を定めよ。

極限演習 No11 漸化式と極限

____組____番　氏名____________________

$\boxed{34}$ $a_1 = 1,\ na_{n+1} = 2(a_1 + a_2 + \cdots + a_n)$ で与えられる数列 $\{a_n\}$ がある。

(1) a_n を n を用いて表せ。

(2) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{n+1}}{{a_n}^2 \cdot {a_{n+2}}^2}$ を求めよ。

$\boxed{35}$ 数列 $\{a_n\}$ において、$a_n = \sqrt{3a_{n-1} + 10}$ $(n \geqq 2)$ $a_1 \geqq 0$ のとき、

(1) $|a_n - 5| \leqq \dfrac{3}{5}|a_{n-1} - 5|$ を証明せよ。

(2) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n$ を求めよ。

$\boxed{36}$ 数列 $\{a_n\}$ は $a_1 = \dfrac{3}{2},\ a_{n+1} = \dfrac{a_n^2 + 4}{2a_n + 3}$ $(n \geqq 1)$ で定義されている。

(1) $1 < a_n < 2$ $(n \geqq 1)$ を証明せよ。

(2) $a_{n+1} - 1 < \dfrac{1}{5}(a_n - 1)$ $(n \geqq 1)$ を証明せよ。

(3) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n$ を求めよ。

極限演習 No12 関数の極限

____ 組 ____ 番　氏名 ____________________

$\boxed{37}$ 次の極限を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to-1}\frac{x^3+3x^2-2}{x^2-x-2}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to2}\frac{x-\sqrt{3x-2}}{\sqrt{x+2}-2}$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}(2x+1-\sqrt{4x^2+2x+1})$

(4) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\frac{x^3+2}{x-1}$

(5) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}(\sqrt{x^2+x}+x)$

(6) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\log(x-\sqrt{x^2-1})$

(7) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{a^x-a^{-x}}{a^x+a^{-x}}$ $(a>0,\ a\neq1)$

(8) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}(a^x+b^x)^{1/x}$ $(0<a<b)$

$\boxed{38}$ 次の極限を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to2+0}\frac{1}{x-2}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to\frac{\pi}{2}-0}\tan x$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to-0}2^{1/x}$

$\boxed{39}$ 極限 $\displaystyle\lim_{x\to2-0}\frac{x-3}{x^2-x-2}$ を求めよ。

$\boxed{40}$ $y=[x]$ $(-2\geqq x\geqq2)$ のグラフをかき、$\displaystyle\lim_{x\to1-0}[x]$ を求めよ。

$\boxed{41}$ 次の極限はあるか。あればそれを求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to2}\frac{1}{(x-2)^2}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to3}\frac{1}{(x-3)^3}$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{x^2+x}{|x|}$

(4) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{1}{1+1/2^x}$

(5) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{1}{1+2^{1/x}}$

(6) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{a^{1/x}}{1+a^{1/x}}$ $(a>0)$

極限演習 No13 三角関数の極限

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

42 次の極限を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{\tan 5x}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin x^\circ}{x}$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to \pi}\frac{\sin x}{x-\pi}$

(4) $\displaystyle\lim_{x\to \infty} x\sin\frac{\pi}{x}$

(5) $\displaystyle\lim_{x\to 0} x\sin\frac{\pi}{x}$

(6) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{x\sin x}{1-\cos x}$

(7) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin 4x}{2x+\sin x}$

(8) $\displaystyle\lim_{x\to \frac{\pi}{2}}\frac{(2x-\pi)\cos 3x}{\cos^2 x}$

(9) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin(1-\cos x)}{x^2}$

(10) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin x+\sin 2x+\sin 3x+\cdots+\sin nx}$

43 直角三角形 ABC において、$\angle A=\angle R,\ AB=a$ (一定) とする。頂点 A から斜辺 BC に下ろした垂線の足を H とし、$\angle B=\theta$ とする。次の極限値を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{\theta\to 0}\frac{CH}{\theta^2}$

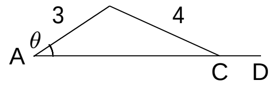
(2) $\displaystyle\lim_{\theta\to 0}\frac{AC-AH}{\theta^3}$

44 半径 r の円 O の周上に 2 点 A, B をとり、劣弧 AB, 弦 AB の中点をそれぞれ C, D とする。$\angle AOB=\theta,\ \triangle OAB$ および扇形 OAB の面積をそれぞれ $S_1,\ S_2$ とするとき、次の極限値を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{\theta\to 0}\frac{S_1}{S_2}$

(2) $\displaystyle\lim_{\theta\to 0}\frac{CD}{\text{弧 }AB^2}$

45 図において、AB=3, BC=4, AD=7 とし、$\angle BAC$ の大きさ θ が変化するに従って点 C は AD 上を動く。CD を θ で表し、$\displaystyle\lim_{\theta\to 0}\frac{CD}{\theta^2}$ を求めよ。



極限演習 No14 係数の決定・関数の連続性

____ 組 ____ 番　氏名 ______________________

$\boxed{46}$ 次の等式が成り立つように、定数 $a,\ b$ の値を定めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{a\sqrt{x}+b}{x-1}=1$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{ax+b}{\cos x}=\frac{1}{2}$

$\boxed{47}$ 次の等式が成り立つように、定数 $a,\ b,\ c$ の値を定めよ。

$$\lim_{x\to\infty}x\{\sqrt{x^2+3x+1}-(ax+b)\}=c$$

$\boxed{48}$ $\displaystyle\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{-\cos 2x+a\sin x+b}{(x-\frac{\pi}{2})^4}$ において、極限値が存在するような $a,\ b$ の値を求めよ。また、この極限値を求めよ。

$\boxed{49}$ 関数 $f(x)$ が $x=a$ で連続であるというのは、どういうことか。定義を述べよ。

$\boxed{50}$ 関数 $f(x)=x[x]$ $(-2\leqq x\leqq 2)$ ($[x]$ はガウス記号) のグラフをかき、不連続となる x の値を求めよ。

$\boxed{51}$ $\displaystyle f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{x^{2n+1}+1}{x^{2n+1}-x^{n+1}+x}$ (n は正の整数) であるとき、

(1) $y=f(x)$ のグラフをかけ。

(2) 不連続となる x の値を求めよ。

(3) $f(a)$ が存在しない a の値を求めよ。

(4) $\displaystyle\lim_{x\to a}f(x)$ が存在しない a の値を求めよ。

(5) $\displaystyle\lim_{x\to a}f(x)$ は存在するが、$f(a)$ に等しくない a の値を求めよ。

極限演習 No15 関数の連続性

____ 組 ____ 番　氏名 ____________________

$\boxed{52}$ 次の関数は $x=0$ で連続か。

(1) $f(x)=\begin{cases} 2^{1/x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x=0) \end{cases}$

(2) $f(x)=\begin{cases} x\sin\dfrac{1}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x=0) \end{cases}$

$\boxed{53}$ 次の関数 $f(x)$ が $x=1$ で連続となるように、定数 $a,\ b$ の値を求めよ。

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{a+x}-b}{x-1} & (x \neq 1) \\ \dfrac{1}{4} & (x=1) \end{cases}$$

$\boxed{54}$ 次の極限によって定義される関数 $f(x)$ が、すべての x において連続となるように、定数 $a,\ b$ の値を定めよ。

$$f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{x^{2n-1}+ax^2+bx}{x^{2n}+1}$$

$\boxed{55}$ 次の関数がすべての x について連続となるような $a,\ b$ の値を求めよ。

$$f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{(1+\sin x)^{n-1}+a\cos x+b}{(1+\sin x)^n+1}$$

極限演習 No16 中間値の定理

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{56}$ 方程式 $x = \cos x$ は $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$ に実数解を少なくとも 1 つもつことを証明せよ。

$\boxed{57}$ 方程式 $(x^2 - 1)\cos x + \sqrt{2}\sin x = 1$ は、0 と 1 の間に少なくとも 1 つの実数解をもつことを証明せよ。

$\boxed{58}$ 方程式 $2\pi\cos\pi x = 3$ は $\dfrac{1}{6} < x < \dfrac{1}{2}$ にただ 1 つの解をもつことを証明せよ。

$\boxed{59}$ 方程式 $x - 2\sin x = k$ $(k > 0)$ は少なくとも 1 つ正の解をもつことを証明せよ。

$\boxed{60}$ $f(x)$ は $0 \leqq x \leqq 1$ で連続な関数で、$f(0) > 1,\ f(1) < 1$ である。このとき、方程式 $f(x) = x$ は $0 < x < 1$ に実数解をもつことを証明せよ。

$\boxed{61}$ 方程式 $x - 1 + \dfrac{x}{2x-1} = 0$ は $0 \leqq x \leqq 1$ に実数解を持たないことを証明せよ。