小テスト (p129 例５：接線の傾き)

＿＿＿組＿＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$ 放物線 $y = 2x^2$ 上の点 (1,2) における接線の傾きを定義にしたがって求めよ。

小テスト (p129 例５：接線の傾き)　　　＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{2}$ 放物線 $y = 2x^2$ 上の点 (1,2) における接線の傾きを定義にしたがって求めよ。

—解答例—

求める傾きは

$$
\begin{aligned}
f'(1) &= \lim_{h \to 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} \\
&= \lim_{h \to 0} \frac{2(1+h)^2 - 2}{h} \\
&= \lim_{h \to 0} \frac{2(1+2h+h^2) - 2}{h} \\
&= \lim_{h \to 0} \frac{4h + 2h^2}{h} \\
&= \lim_{h \to 0} (4 + 2h) \\
&= 4
\end{aligned}
$$

小テスト (p131 問 7 : 導関数の定義)

_____ 組 _____ 番　氏名 __________________________

$\boxed{3}$ 定義にしたがって、関数 $y = x^2 + 2x$ を微分せよ。

小テスト (p131 問 7 : 導関数の定義)　　____ 組 ____ 番　氏名 ____________________

$\boxed{3}$ 定義にしたがって、関数 $y = x^2 + 2x$ を微分せよ。

—解答例—

$$
\begin{aligned}
y' &= \lim_{h \to 0} \frac{\{(x+h)^2 + 2(x+h)\} - \{x^2 + 2x\}}{h} \\
&= \lim_{h \to 0} \frac{\cancel{x^2} + 2hx + h^2 + \cancel{2x} + 2h - \cancel{x^2} - \cancel{2x}}{h} \\
&= \lim_{h \to 0} \frac{\cancel{h}(2x + 2 + h)}{\cancel{h}} \\
&= \lim_{h \to 0} (2x + 2 + h) \\
&= 2x + 2
\end{aligned}
$$

小テスト (p134 例題 2,3 : 微分せよ)　　　＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{4}$ 次の関数を微分せよ。

(1) $y = 3x^3 + 2x^2$

(2) $y = -2x^2 + 3$

(3) $y = (x+2)^2$

(4) $y = 5$

小テスト (p134 例題 2,3 : 微分せよ) ＿＿＿ 組 ＿＿＿ 番　氏名 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{4}$ 次の関数を微分せよ。

(1) $y = 3x^3 + 2x^2$

—解答例—

$y' = (3x^3)' + (2x^2)' = 9x^2 + 4x$

(2) $y = -2x^2 + 3$

—解答例—

$y' = (-2x^2)' + (3)' = -4x$

(3) $y = (x+2)^2$

—解答例—

$y' = (x^2+4x+4)' = (x^2)' + (4x)' + 4' = 2x + 4$

(4) $y = 5$

—解答例—

$y' = (5)' = 0$

小テスト (p140 例題 3 : 極値とグラフ)

_____ 組 _____ 番　氏名 ________________________

$\boxed{5}$ 関数 $y = x^2(x-3)$ の増減を調べ、極値を求めよ。またそのグラフをかけ。

小テスト (p140 例題 3 : 極値とグラフ)　　＿＿＿ 組 ＿＿＿ 番　氏名 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{5}$ 関数 $y = x^2(x-3)$ の増減を調べ、極値を求めよ。またそのグラフをかけ。

—解答例—

$y' = (x^3 - 3x^2)' = 3x^2 - 6x$

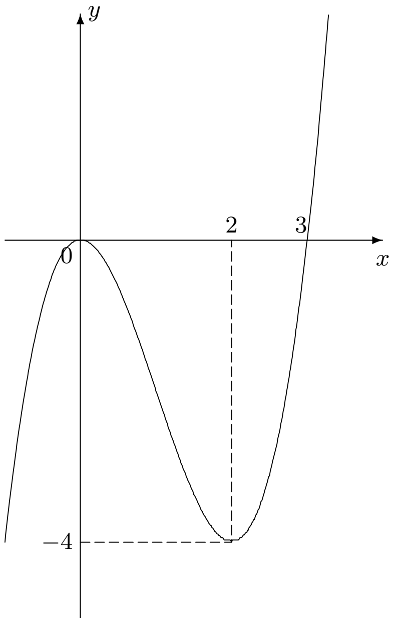
$y' = 0$ を解くと、$3x(x-2) = 0$ ゆえ、$x = 0, 2$

よって増減は次の通りである。

x		0		2	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$
		極大		極小	

よって、極大値 -4 $(x = 2)$, 極小値 0 $(x = 0)$

グラフは次の通り。



小テスト (p141 例題 4: 極大値・極小値)　　＿＿＿ 組 ＿＿＿ 番　氏名 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{6}$ 3 次関数 $y = x^3 + ax^2 + bx + 2$ が $x = -1$ で極大値をとり、$x = 3$ で極小値をとる。このとき、定数 a, b の値を求めよ。

小テスト (p141 例題 4: 極大値・極小値)　　＿＿ 組 ＿＿ 番　氏名 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{6}$ 3 次関数 $y = x^3 + ax^2 + bx + 2$ が $x = -1$ で極大値をとり、$x = 3$ で極小値をとる。このとき、定数 a, b の値を求めよ。

—解答例—

$y' = 3x^2 + 2ax + b$

$x = -1, x = 3$ で極値をとるので、$\begin{cases} 3(-1)^2 + 2a(-1) + b & = 0 \\ 3 \cdot 3^2 + 2a \cdot 3 + b & = 0 \end{cases}$

これを解いて $a = -3, b = -9$

このとき、与式は

$y = x^3 - 3x^2 - 9x + 2, y' = 3x^2 - 6x - 9 = 3(x+1)(x-3)$

x		-1		3	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$
		極大		極小	

となり、確かに $x = -1$ で極小、$x = 3$ で極大となり、題意を満たす。

【注意】

$x = -1$ で極小、$x = 3$ で極大となるのを確かめないと完全解答にはならないが、

これを確かめるだけなら、次のようにやっても良い。

$x = -1$ の前後で y' は+から $-$ に変わり、$x = 3$ の前後で y' は $-$ から $+$ に変わる。よって、$x = -1$ で極大となり、$x = 3$ で極小となる。

小テスト (p144 例題 7: 最大値・最小値)　　_____ 組 _____ 番　氏名 ________________________

$\boxed{7}$ 関数 $f(x) = 2ax^3 - 9ax^2 + b$ の区間 $2 \leqq x \leqq 4$ における最大値が 7, 最小値が -15 であるとき、定数 a, b の値を求めよ。ただし、$a > 0$ とする。

小テスト (p144 例題 7: 最大値・最小値)　　_____ 組 _____ 番　氏名 ____________________________

$\boxed{7}$ 関数 $f(x) = 2ax^3 - 9ax^2 + b$ の区間 $2 \leqq x \leqq 4$ における最大値が 7, 最小値が -15 であるとき、定数 a, b の値を求めよ。ただし、$a > 0$ とする。

—解答例—

$f'(x) = 6ax^2 - 18ax = 6ax(x-3)$

これから増減表は次の通りである。

x	2		3		4
y'		$-$	0	$+$	
y	$b-20a$	$\searrow$	$b-27a$ 最小	$\nearrow$	$b-16a$

$a > 0$ ゆえ $b - 20a < b - 16a$ である。よって、最大値は $b - 16a = 7$,

また最小値は $b - 27a = -15$

これを解いて、$a = 2$, $b = 39$

これは $a > 0$ を満たしている。

小テスト (p146 例題 8 : 実数解の個数)

＿＿＿＿ 組 ＿＿＿＿ 番　氏名 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{8}$ 方程式 $x^3 - 3x^2 - 9x - a = 0$ の異なる実数解の個数は定数 a の値によってどのように変わるか。

小テスト (p146 例題 8 : 実数解の個数)　＿＿＿組＿＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{8}$ 方程式 $x^3-3x^2-9x-a=0$ の異なる実数解の個数は定数 a の値によってどのように変わるか。

—解答例—

$x^3-3x^2-9x=a$ ゆえ

$\begin{cases} y &= x^3-3x^2-9x \cdots ① \\ y &= a \end{cases}$ を考える。

①を微分して

$y'=3x^2-6x-9=3(x^2-2x-3)=3(x+1)(x-3)$

これから増減表は次の通りである。

x		-1		3	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$\nearrow$	5	$\searrow$	-27	$\nearrow$

$y=a$ との共有点の個数が求めるものだから、

$5<a$ のとき 1 個。

$5=a$ のとき 2 個。

$-27<a<5$ のとき 3 個。

$-27=a$ のとき 2 個。

$a<-27$ のとき 1 個。

小テスト (p147 例題 9 : 不等式)

_____ 組 _____ 番　氏名 __________________________

$\boxed{9}$ $x > 1$ のとき、不等式 $x^3 + 4x > 3x^2 + 2$ が成り立つことを証明せよ。

小テスト (p147 例題 9 : 不等式)

_____ 組 _____ 番　氏名 ____________________________

$\boxed{9}$ $x>1$ のとき、不等式 $x^3+4x>3x^2+2$ が成り立つことを証明せよ。

—解答例—

$f(x)=(x^3+4x)-(3x^2+2)=x^3-3x^2+4x-2$ とおくと、

$f'(x)=3x^2-6x+4=3(x^2-2x+1)+1=3(x-1)^2+1>0$

これから増減表は次の通りである。

x	1	
y'		$+$
y	0	$\nearrow$

増減表より $x>1$ のとき $x^3+4x>3x^2+2$ が成り立つ。