小テスト (例題１：加法定理)　　＿＿＿ 組 ＿＿＿ 番　氏名 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$ $\sin\alpha = \dfrac{5}{13}, \cos\beta = \dfrac{4}{5}$ で、α は第２象限の角、β は第４象限の角のとき、$\sin(\alpha+\beta)$ の値を求めよ。

小テスト (例題１：加法定理)　　＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$ $\sin\alpha = \dfrac{5}{13}$, $\cos\beta = \dfrac{4}{5}$ で、α は第２象限の角、β は第４象限の角のとき、$\sin(\alpha+\beta)$ の値を求めよ。

—解答例—

α は第２象限の角ゆえ、$\cos\alpha < 0$ なので

$$\cos\alpha = -\sqrt{1-\sin^2\alpha} = -\sqrt{1-\frac{25}{169}} = -\sqrt{\frac{144}{169}} = -\frac{12}{13}$$

β は第４象限の角ゆえ、$\sin\beta < 0$ なので

$$\sin\beta = -\sqrt{1-\cos^2\beta} = -\sqrt{1-\frac{16}{25}} = -\sqrt{\frac{9}{25}} = -\frac{3}{5}$$

よって、$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta = \dfrac{5}{13}\cdot\dfrac{4}{5} + \dfrac{12}{13}\cdot\dfrac{3}{5} = \dfrac{20+36}{65} = \dfrac{56}{65}$

小テスト (例題２：２直線のなす角)

＿＿＿組＿＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$ 2 直線 $y = -3x + 1$, $y = 2x + 3$ のなす角 θ を求めよ。

小テスト (例題２：２直線のなす角)　＿＿ 組 ＿＿ 番　氏名 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$ ２直線 $y = -3x + 1$, $y = 2x + 3$ のなす角 θ を求めよ。

—解答例—

２直線 x 軸の正の向きとなす角をそれぞれ θ_1, θ_2 とおくと、$\tan\theta_1 = -3$, $\tan\theta_2 = 2$ である。

このとき、$\tan(\theta_2 - \theta_1) = \dfrac{\tan\theta_2 - \tan_t heta_1}{1 + \tan\theta_2 \cdot \tan\theta_1} = \dfrac{2+3}{1-6} = -1$

$0°$以上 $180°$未満で考えると、$\theta_2 - \theta_1 = 135°$

よって、なす角は $180° - 135° = 45°$

小テスト (例題３ : 三角方程式)

＿＿＿＿ 組 ＿＿＿＿ 番　氏名 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$ θ の方程式 $\cos 2\theta = \cos\theta - 1$ $0^\circ \leqq \theta < 360^\circ$ を解け。

小テスト (例題３ : 三角方程式)　　＿＿ 組 ＿＿ 番　氏名 ＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$ θ の方程式 $\cos 2\theta = \cos\theta - 1$ $(0^\circ \leqq \theta < 360^\circ)$ を解け。

—解答例—

$2\cos^2\theta - 1 = \cos\theta - 1$

$\therefore 2\cos^2\theta - \cos\theta = 0$

$\therefore \cos\theta(2\cos\theta - 1) = 0$

$\therefore \cos\theta = 0, \dfrac{1}{2}$

$0^\circ \leqq \theta < 360^\circ$ ゆえ、$\theta = 90^\circ, 270^\circ, 60^\circ, 300^\circ$

小テスト (例題４：最大最小)

_____ 組 _____ 番　氏名 __________________________

$\boxed{1}$ $0^\circ \leqq \theta < 360^\circ$ のとき、関数 $y = 2\cos 2\theta + 4\cos\theta + 1$ の最大値と最小値を求めよ。

小テスト (例題４：最大最小)

_____ 組 _____ 番　氏名 __________________________

$\boxed{1}$ $0^\circ \leqq \theta < 360^\circ$ のとき、関数 $y = 2\cos 2\theta + 4\cos\theta + 1$ の最大値と最小値を求めよ。

—解答例—

$$\begin{aligned} y &= 2(2\cos^2\theta - 1) + 4\cos\theta + 1 \\ &= 4\cos^2\theta + 4\cos\theta - 1 \\ &= 4x^2 + 4x - 1 (\cos\theta = x \text{ とおいた}) \\ &= 4\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - 2 \end{aligned}$$

$-1 \leqq x \leqq 1$ ゆえ、$x = \cos\theta = -\dfrac{1}{2}$ のとき最小値 -2 をとる。
$x = \cos\theta = 1$ のとき最大値 $4 + 4 - 1 = 7$ をとる。
$0^\circ \leqq \theta < 360^\circ$ ゆえ
最大値 7 $(\theta = 0^\circ)$
最小値 -2 $(\theta = 120^\circ, 240^\circ)$

小テスト (例題７：合成)

＿＿＿組＿＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$ 次の方程式、不等式を解け。

(1) $\sqrt{3}\sin\theta - \cos\theta = 1$ $(0^\circ \leqq \theta < 360^\circ)$

(2) $\sin\theta - \cos\theta \geqq \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ $(0^\circ \leqq \theta < 360^\circ)$

小テスト (例題 7 : 合成)　　　____ 組 ____ 番　氏名 ____________________

$\boxed{1}$ 次の方程式、不等式を解け。

(1) $\sqrt{3}\sin\theta - \cos\theta = 1$ $(0^\circ \leqq \theta < 360^\circ)$

—解答例—

$2\left(\sin\theta \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} - \cos\theta \cdot \frac{1}{2}\right) = 1$

$\therefore \sin(\theta - 30^\circ) = \dfrac{1}{2}$

$-30^\circ \leqq \theta - 30^\circ < 330^\circ$ ゆえ $\theta - 30^\circ = 30^\circ,\ 150^\circ$

$\therefore \theta = 60^\circ,\ 180^\circ$

(2) $\sin\theta - \cos\theta \geqq \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ $(0^\circ \leqq \theta < 360^\circ)$

—解答例—

$\sqrt{2}\left(\sin\theta \cdot \dfrac{1}{\sqrt{2}} - \cos\theta \cdot \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right) \geqq \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore \sin(\theta - 45^\circ) \geqq \dfrac{1}{2}$

$-45^\circ \leqq \theta - 45^\circ < 315^\circ$ ゆえ $30^\circ \leqq \theta - 45^\circ \leqq 150^\circ$

$\therefore 75^\circ \leqq \theta \leqq 195^\circ$

小テスト (例 7：積和公式)

_____ 組 _____ 番　氏名 __________________________

$\boxed{1}$ 積和公式を用いて、$8\sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 80^\circ$ の値を求めよ。

小テスト (例 7：積和公式)　　_____ 組 _____ 番　氏名 ________________________

$\boxed{1}$ 積和公式を用いて、$8\sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 80^\circ$ の値を求めよ。

—解答例—

公式を作る。

$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

辺々引いて、

$\frac{1}{2}\{\cos(\alpha+\beta) - \cos(\alpha-\beta)\} = -2\sin\alpha\sin\beta$

よって、

$$\begin{aligned}
\text{与式} &= 8\cdot\left\{-\frac{1}{2}(\cos(20^\circ+40^\circ) - \cos(20^\circ-40^\circ))\right\}\sin 80^\circ \\
&= -4\left(\frac{1}{2} - \cos 20^\circ\right)\sin 80^\circ \\
&= -2\sin 80^\circ + 4\cos 20^\circ \sin 80^\circ \\
&= -2\sin 80^\circ + 4\sin 70^\circ \sin 80^\circ \\
&= -2\sin 80^\circ - 2\{\cos(70^\circ+80^\circ) - \cos(70^\circ-80^\circ)\} \\
&= -2\sin 80^\circ - 2\cos 150^\circ + 2\cos 10^\circ \\
&= -2\cdot\frac{-\sqrt{3}}{2} \\
&= \sqrt{3}
\end{aligned}$$

小テスト (例８：和積公式)

_____ 組 _____ 番　氏名 _________________________

$\boxed{1}$ 和積公式を用いて、方程式 $\cos 2\theta + \cos 4\theta = 0$ $(0^\circ \leqq \theta < 180^\circ)$ を解け。

小テスト (例８：和積公式)

＿＿ 組 ＿＿ 番　氏名 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$ 和積公式を用いて、方程式 $\cos 2\theta + \cos 4\theta = 0$ $(0^\circ \leqq \theta < 180^\circ)$ を解け。

—解答例—

公式を作る。

$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

辺々を加えると、

$\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta) = 2\cos\alpha\cos\beta$

$A = \alpha+\beta,\ B = \alpha-\beta$ とおくと、$\alpha = \dfrac{A+B}{2},\ \beta = \dfrac{A-B}{2}$ となるので、

$\cos A + \cos B = 2\cos\dfrac{A+B}{2}\cdot\cos\dfrac{A-B}{2}$

これを使って与方程式を積の形に変形すると

$2\cos\dfrac{2\theta+4\theta}{2}\cdot\cos\dfrac{2\theta-4\theta}{2} = 0$

$\therefore \cos 3\theta\cdot\cos\theta = 0$

$0^\circ \leqq \theta < 180^\circ,\ 0^\circ \leqq 3\theta < 540^\circ$ ゆえ

$\theta = 90^\circ,\ 3\theta = 90^\circ,\ 270^\circ,\ 450^\circ$

$\therefore \theta = 30^\circ,\ 90^\circ,\ 150^\circ$