

第1問 (必答問題)(配点 40)

[1] a, b を自然数とし、2 次関数

$$y = x^2 - 4ax + 4a^2 - 4a - 3b + 9$$

のグラフを C とする。このとき、C は頂点の座標が

$$\begin{pmatrix} \text{ア} \\ 3 \end{pmatrix} a, -\begin{pmatrix} \text{イ} \\ a \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \text{ウ} \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \text{エ} \\ \end{pmatrix}$$

の放物線である。

(1) グラフ C が x 軸と交わらないとき $a = \begin{pmatrix} \text{オ} \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} \text{カ} \end{pmatrix}$ である。

(2) 2 次方程式

$$x^2 - 4ax + 4a^2 - 4a - 3b + 9 = 0$$

が二つの解を持つとする。その二つの解の差が $2\sqrt{11}$ であるとき、 $4a + 3b = \begin{pmatrix} \text{キク} \end{pmatrix}$ である。したがって、 a, b の値は $a = \begin{pmatrix} \text{ケ} \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} \text{コ} \end{pmatrix}$ である。

(3) グラフ C を y 軸方向に -3 だけ平行移動し、さらに x 軸に関して対称移動すると、2 次関数 $y = -x^2 + 8x + 1$ のグラフになるとする。このとき $a = \begin{pmatrix} \text{サ} \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} \text{シ} \end{pmatrix}$ である。

[2] 赤、青、黄、緑の4色のカードが5枚ずつ計20枚ある。各色のカードには、それぞれ1から5までの番号が一つずつ書いてある。この20枚の中から3枚を一度に取り出す。

(1) 3枚がすべて同じ番号となる確率は $\frac{\begin{pmatrix} \text{ス} \\ \text{セソ} \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} \text{タ} \\ \text{チツ} \end{pmatrix}}$ である。

(2) 3枚が色も番号もすべて異なる確率は $\frac{\begin{pmatrix} \text{テト} \\ \text{ナニ} \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} \text{ヌ} \\ \text{ネ} \end{pmatrix}}$ である。

(3) 3枚のうちに赤いカードがちょうど1枚含まれる確率は $\frac{\begin{pmatrix} \text{ヌ} \\ \text{ネ} \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} \text{ヌ} \\ \text{ネ} \end{pmatrix}}$ である。

(4) 3枚の中にある赤いカードの枚数の期待値は $\frac{\begin{pmatrix} \text{ヌ} \\ \text{ネ} \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} \text{ヌ} \\ \text{ネ} \end{pmatrix}}$ である。

第2問 (必答問題)(配点 40)

[1]

(1) a, b, c, d を定数とする。 x についての二つの整式

$$A = x^2 + x - 1, \quad B = x^4 + ax^3 + bx^2 + x + 2$$

に対して、B を A で割ったとき、商が $A + c$ で、余りが d となるとする。

このとき $a = \begin{pmatrix} \text{ア} \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} \text{イ} \end{pmatrix}$, $c = \begin{pmatrix} \text{ウ} \end{pmatrix}$, $d = \begin{pmatrix} \text{エ} \end{pmatrix}$

である。また $x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$ のとき $A = \begin{pmatrix} \text{オ} \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} \text{カキ} \end{pmatrix}$

である。

(2) 実数 a, b について次の条件を考える。

① $a > 0$ かつ $b > 0$

② $a + b > 0$

③ $|a| + |b| > 0$

④ $a + b > 0$ かつ $ab > 0$

⑤ 2 次関数 $y = x^2 - ax + b$ のグラフが、 x 軸の正の部分と2点で交わる。

①～④のうちで、⑤と同値な条件は $\begin{pmatrix} \text{ク} \end{pmatrix}$ である。また、①～④

のうちで、 $\begin{pmatrix} \text{ケ} \end{pmatrix}$ は他のすべての条件の十分条件であり、 $\begin{pmatrix} \text{コ} \end{pmatrix}$

は他のすべての条件の必要条件である。

さらに、⑤の否定と同値な条件は次の⑥～⑧のうち $\begin{pmatrix} \text{サ} \end{pmatrix}$ である。

⑥ $a + b \leq 0$ かつ $ab \leq 0$

⑦ $a + b \leq 0$ または $ab \leq 0$

⑧ $a < 0$ または $b < 0$

⑨ $a < 0$ かつ $b < 0$

[2] 円に内接する四角形 ABCD は

$$AB = BC = 2\sqrt{2}, \quad BD = 2\sqrt{3}, \quad \angle ABC = 120^\circ$$

を満たすとする。ただし、 $AD > CD$ とする。このとき、 $AC =$

$\begin{pmatrix} \text{シ} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{ス} \end{pmatrix}$, $\angle BDC = \begin{pmatrix} \text{セソ} \end{pmatrix}^\circ$ である。

また、 $AD = \begin{pmatrix} \text{タ} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \text{チ} \end{pmatrix}$, $CD = \begin{pmatrix} \text{タ} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \text{チ} \end{pmatrix}$

であり、四角形 ABCD の面積は $\begin{pmatrix} \text{ツ} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{テ} \end{pmatrix}$ である。

第3問 (選択問題)(配点 20)

初項が -100 で公差が 5 の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項は

$$a_n = \begin{pmatrix} \text{ア} \end{pmatrix} n - \begin{pmatrix} \text{イウ} \end{pmatrix}$$

である。この数列を次のように1個、2個、 2^2 個、 2^3 個、…と区画に分ける。

$$|a_1|a_2, a_3|a_4, a_5, a_6, a_7|a_8, \dots$$

(1) m 番目の区画の最初の項を b_m とおくと $b_8 = \begin{pmatrix} \text{エオカ} \end{pmatrix}$ であり

$b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_8 = \begin{pmatrix} \text{キクケ} \end{pmatrix}$ である。

(2) 6 番目の区画に入る項の和は $\begin{pmatrix} \text{コサシス} \end{pmatrix}$ である。

第4問 (選択問題)(配点 20)

$\triangle ABC$ の辺 AB, AC 上にそれぞれ点 D, E を

$$AD : DB = t : 1, \quad AE : EC = 1 : (t + 1)$$

となるようにとる。

さらに BE と CD の交点と A を結ぶ直線が BC と交わる点を F とおく。次の文中の $\begin{pmatrix} \text{エオ} \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \text{シス} \end{pmatrix}$ については、当てはまる文字を A ~ F のうちから選べ。ただし、エとオ、カとキ、クとケ、コとサ、シとスは、それぞれ解答の順序を問わない。

マークの注意エ～スまでは、頂点 A, B, C, …が入る。A は1, B は2, C は3…と読み替えてマークせよ。

(1) DE が BC に平行になるとき $t = \frac{\begin{pmatrix} \text{アイ} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \text{ウ} \end{pmatrix}}{2}$ である。

(2) $\triangle ABF$ と $\triangle AFC$ の面積をそれぞれ S_1, S_2 とするとき、

$$\begin{aligned} S_1 : S_2 &= \begin{pmatrix} \text{エオ} \end{pmatrix} : \begin{pmatrix} \text{カキ} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \text{クケ} \end{pmatrix} \sin \angle BAF : \begin{pmatrix} \text{コサ} \end{pmatrix} \sin \angle FAC \end{aligned}$$

である。また、AF が $\triangle ABC$ の内心を通るならば

$$BF : FC = \begin{pmatrix} \text{シス} \end{pmatrix} : AC$$

であり、さらに $AC = 12AB$ のとき

$$t = \begin{pmatrix} \text{セ} \end{pmatrix}$$

である。

第1問 (必答問題)(配点 40)

[1] a, b を自然数とし、2次関数

$$y = x^2 - 4ax + 4a^2 - 4a - 3b + 9$$

のグラフをCとする。このとき、Cは頂点の座標が

$$\begin{matrix} 3 \\ \text{ア} \end{matrix} a, - \begin{matrix} \text{イ} \end{matrix} a - \begin{matrix} \text{ウ} \end{matrix} b + \begin{matrix} \text{エ} \end{matrix}$$

の放物線である。

(1) グラフCが x 軸と交わらないとき $a = \begin{matrix} \text{オ} \end{matrix}$, $b = \begin{matrix} \text{カ} \end{matrix}$ である。

(2) 2次方程式

$$x^2 - 4ax + 4a^2 - 4a - 3b + 9 = 0$$

が二つの解を持つとする。その二つの解の差が $2\sqrt{11}$ であるとき、 $4a + 3b = \begin{matrix} \text{キク} \end{matrix}$ である。したがって、 a, b の値は $a = \begin{matrix} \text{ケ} \end{matrix}$, $b = \begin{matrix} \text{コ} \end{matrix}$ である。

(3) グラフCを y 軸方向に -3 だけ平行移動し、さらに x 軸に関して対称移動すると、2次関数 $y = -x^2 + 8x + 1$ のグラフになるとする。このとき $a = \begin{matrix} \text{サ} \end{matrix}$, $b = \begin{matrix} \text{シ} \end{matrix}$ である。

－ 解説 －

[1] $y = x^2 - 4ax + 4a^2 - 4a - 3b + 9 = (x - 2a)^2 - 4a - 3b + 9$. よって、頂点は $\begin{matrix} 2 \\ \text{ア} \end{matrix} a, - \begin{matrix} 4 \\ \text{イ} \end{matrix} a - \begin{matrix} 3 \\ \text{ウ} \end{matrix} b + \begin{matrix} 9 \\ \text{エ} \end{matrix}$

(1) グラフCは下に凸の放物線なので、グラフが x 軸と交わらない $\iff$ 頂点の y 座標 > 0 . これから、 $4a + 3b < 9$ を得る。 a, b が自然数ゆえ、この式は、 $a = b = 1$ のとき、最小値は7となる。これ以外の値では、 $4a + 3b$ の値は7+4以上または7+3以上となるので、9未満にならない。よって、 $a = \begin{matrix} 1 \\ \text{オ} \end{matrix}$, $b = \begin{matrix} 1 \\ \text{カ} \end{matrix}$.

注意) 接するときも含めることにすれば、 y 座標 ≥ 0 となるが、 > 0 の方が自然に見える。ただ、どちらで解釈しても、結果は同じ。

(2) (1) の変形から、 $(x - 2a)^2 = 4a + 3b - 9$. よって解は、 $x = 2a \pm \sqrt{4a + 3b - 9}$. 2つの解の差は、 $2\sqrt{4a + 3b - 9} = 2\sqrt{11}$ ゆえ、 $4a + 3b - 9 = 11$. したがって、 $4a + 3b = \begin{matrix} 20 \\ \text{キク} \end{matrix}$. $4a + 3b = 20 = 4 \times 2 + 3 \times 4$ から $a = \begin{matrix} 2 \\ \text{ケ} \end{matrix}$, $b = \begin{matrix} 4 \\ \text{コ} \end{matrix}$.

注意) センター試験は空欄に入る数字が決まっているので、こうして求めた数が答えになるが、数学的には、これではまずい。例えば次のように考える。

$4a + 3b = 20$ から $4(a - 5) = -3b$ を得る。 a, b は自然数ゆえ、 $-16 \leq 4(a - 5) = -3b \leq -3$. また、 $-3b$ は4の倍数ゆえ、 b も4の倍数。これらの条件を満たすのは $b = 4$ のときだけである。よって $a = 2$.

(3) $y = -x^2 + 8x + 1$ を x 軸に関して対称移動すると、 $-y = -x^2 + 8x + 1$. よって、 $y = x^2 - 8x - 1$. これを y 軸方向に3平行移動すれば、元に戻るから、 $x^2 - 8x - 1 + 3 = x^2 - 4ax + 4a^2 - 4a - 3b + 9$. これが x の恒等式ゆえ、係数を比較し、 $a = \begin{matrix} 2 \\ \text{サ} \end{matrix}$, $b = \begin{matrix} 5 \\ \text{シ} \end{matrix}$ を得る。

－ 解説終わり －

[2] 赤、青、黄、緑の4色のカードが5枚ずつ計20枚ある。各色のカードには、それぞれ1から5までの番号が一つずつ書いてある。この20枚の中から3枚を一度に取り出す。

(1) 3枚がすべて同じ番号となる確率は $\frac{\begin{matrix} \text{ス} \\ \text{セソ} \end{matrix}}{\begin{matrix} \text{タ} \\ \text{チツ} \end{matrix}}$ である。

(2) 3枚が色も番号もすべて異なる確率は $\frac{\begin{matrix} \text{タ} \\ \text{チツ} \end{matrix}}{\begin{matrix} \text{テト} \\ \text{ナニ} \end{matrix}}$ である。

(3) 3枚のうちに赤いカードがちょうど1枚含まれる確率は $\frac{\begin{matrix} \text{テト} \\ \text{ナニ} \end{matrix}}{\begin{matrix} \text{ス} \\ \text{セソ} \end{matrix}}$ である。

(4) 3枚の中にある赤いカードの枚数の期待値は $\frac{\begin{matrix} \text{ス} \\ \text{セソ} \end{matrix}}{\begin{matrix} \text{タ} \\ \text{チツ} \end{matrix}}$ である。

－ 解説 －

[2]

(1) 1枚ずつ3枚取り出すとする。最初の1枚は $\frac{20}{20}$. 次の1枚は同じ番号ゆえ、 $\frac{4-1}{19}$. 最後の1枚は、同様に $\frac{4-2}{18}$.

$$\text{よって、} \frac{20}{20} \cdot \frac{3}{19} \cdot \frac{2}{18} = \frac{\begin{matrix} 1 \\ \text{ス} \end{matrix}}{\begin{matrix} 57 \\ \text{セソ} \end{matrix}}$$

(2) 1枚ずつ3枚取り出すとする。最初の1枚は $\frac{20}{20}$. 次の1枚は、同じ色と同じ番号を除いて $\frac{20-8}{19}$. 最後の1枚は、同様に $\frac{20-8-6}{18}$.

$$\text{よって、} \frac{20}{20} \cdot \frac{12}{19} \cdot \frac{6}{18} = \frac{\begin{matrix} 4 \\ \text{タ} \end{matrix}}{\begin{matrix} 19 \\ \text{チツ} \end{matrix}}$$

(3) 1回目に赤いカードがでるのは、 $\frac{5}{20} \cdot \frac{15}{19} \cdot \frac{14}{18}$. 2回目、3回目にでる場合もある。これらはすべて同じ確率であり、互いに背反ゆえ、

$$\frac{5}{20} \cdot \frac{15}{19} \cdot \frac{14}{18} \times 3 = \frac{\begin{matrix} 35 \\ \text{テト} \end{matrix}}{\begin{matrix} 76 \\ \text{ナニ} \end{matrix}}.$$

(4) 赤いカードのでた枚数を X とする。 $X = 0, 1, 2, 3$ のいずれかで

$$P(X = 0) = \frac{15}{20} \cdot \frac{14}{19} \cdot \frac{13}{18}, P(X = 1) = \frac{35}{76}, P(X = 2) =$$

$$\frac{5}{20} \cdot \frac{4}{19} \cdot \frac{15}{18} \times {}_3C_2, P(X = 3) = \frac{5}{20} \cdot \frac{4}{19} \cdot \frac{3}{18}.$$

これから、求める期待値は、

$$\frac{35}{76} + 2 \times \frac{5}{38} + 3 \times \frac{1}{114} = \frac{57}{76} = \frac{\begin{matrix} 3 \\ \text{タ} \end{matrix}}{\begin{matrix} 4 \\ \text{チツ} \end{matrix}}.$$

－ 解説終わり －

第2問 (必答問題)(配点 40)

[1]

(1) a, b, c, d を定数とする。 x についての二つの整式

$$A = x^2 + x - 1, \quad B = x^4 + ax^3 + bx^2 + x + 2$$

に対して、BをAで割ったとき、商が $A+c$ で、余りが d となるとする。

このとき $a = \begin{matrix} \text{ア} \end{matrix}$, $b = \begin{matrix} \text{イ} \end{matrix}$, $c = \begin{matrix} \text{ウ} \end{matrix}$, $d = \begin{matrix} \text{エ} \end{matrix}$

である。また $x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$ のとき $A = \begin{matrix} \text{オ} \end{matrix}$, $B = \begin{matrix} \text{カキ} \end{matrix}$

である。

－ 解説 －

(1) わり算をする手もあるが、ここでは、かけ算でやろう。

$B = A(A+c)$ ゆえ、

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + x + 2 = (x^2 + x - 1)(x^2 + x - 1 + c).$$

展開整理すると、 $x^4 + ax^3 + bx^2 + x + 2 = x^4 + ax^3 + bx^2 + x + 2$.

これが x の恒等式ゆえ、係数を比べて、 $a = 2, c - 1 = b, c - 2 = 1$,

$$1 - c + d = 2.$$

これを解いて、 $a = \begin{matrix} 2 \\ \text{ア} \end{matrix}$, $b = \begin{matrix} 2 \\ \text{イ} \end{matrix}$, $c = \begin{matrix} 3 \\ \text{ウ} \end{matrix}$, $d = \begin{matrix} 4 \\ \text{エ} \end{matrix}$.

$$x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \text{ から、} 2x = -1 + \sqrt{17}. (2x + 1)^2 = 17. \text{ 整理し}$$

$$\text{て、} x^2 + x - 1 = \begin{matrix} 3 \\ \text{オ} \end{matrix}.$$

$$\text{よって、} B = A(A+c) = 3 \times (3+3) = \begin{matrix} 22 \\ \text{カキ} \end{matrix}.$$

－ 解説終わり －

(2) 実数 a, b について次の条件を考える。

- ⑥ $a > 0$ かつ $b > 0$
 ① $a + b > 0$
 ② $|a| + |b| > 0$
 ③ $a + b > 0$ かつ $ab > 0$
 ④ 2 次関数 $y = x^2 - ax + b$ のグラフが、 x 軸の正の部分と 2 点で交わる。

①～④のうち、⑥と同値な条件は **ク** である。また、①～④のうち、**ケ** は他のすべての条件の十分条件であり、**コ** は他のすべての条件の必要条件である。

さらに、⑥の否定と同値な条件は次の⑤～⑧のうち **サ** である。

- ⑤ $a + b \leq 0$ かつ $ab \leq 0$
 ⑥ $a + b \leq 0$ または $ab \leq 0$
 ⑦ $a < 0$ または $b < 0$
 ⑧ $a < 0$ かつ $b < 0$

－ 解説 －

(2) a, b が実数ゆえ、 $a + b > 0$ かつ $ab > 0 \iff a > 0$ かつ $b > 0$ は余りにも有名な事実です。よって ⑥ $\iff$ **③**。

- ② $\iff a \neq 0$ または $b \neq 0$,
 ③ $\iff a > 0$ かつ $b > 0$,
 ④ $\iff D = a^2 - 4b \geq 0$ かつ $a = \alpha + \beta > 0$ かつ $b = \alpha\beta > 0$.

これから、④ $\Rightarrow$ ③ $\Rightarrow$ ②。

よって、④ $\Rightarrow$ ③ $\Rightarrow$ ① $\Rightarrow$ ②。

よって、**④** は他のすべての条件の十分条件である。**②** は他のすべての条件の必要条件である。

⑥の否定 $\iff$ ③の否定 $\iff \overline{a + b > 0 \text{ かつ } ab > 0} \iff a + b \leq 0$ または $ab \leq 0 \iff$ **⑥**。

－ 解説終わり －

[2] 円に内接する四角形 ABCD は

$$AB = BC = 2\sqrt{2}, \quad BD = 2\sqrt{3}, \quad \angle ABC = 120^\circ$$

を満たすとする。ただし、 $AD > CD$ とする。

このとき、 $AC =$ **シ** **ス**, $\angle BDC =$ **セソ** $^\circ$ である。

また、 $AD =$ **タ** $+$ **チ**, $CD =$ **タ** $-$ **チ**

であり、四角形 ABCD の面積は **ツ** **テ** である。

－ 解説 －

余弦定理から、 $AC^2 = (2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} \cos 120^\circ = 24$.

$\therefore AC =$ **2** **6**.

$\angle BDC = \angle BAC$ であり、

$$\cos \angle BAC = \frac{(2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{6})^2 - (2\sqrt{2})^2}{2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

よって、 $\angle BAC =$ **30** $^\circ$ 。

AD, CD はともに、 $(2\sqrt{2})^2 = x^2 + (2\sqrt{3})^2 - 2 \cdot x \cdot 2\sqrt{3} \cos 30^\circ$ の解である。整理すると、 $x^2 - 6x + 4 = 0$ ゆえ、解いて $x = 3 \pm \sqrt{5}$. $AD > CD$ ゆえ、 $AD =$ **3** $+$ **5**, $CD =$ **3** $-$ **5**.

面積は $\frac{1}{2} \cdot (2\sqrt{2})^2 \sin 120^\circ + \frac{1}{2} \cdot (3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5}) \sin 60^\circ =$ **3** **3**.

－ 解説終わり －

第 3 問 (選択問題)(配点 20)

初項が -100 で公差が 5 の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項は

$$a_n =$$
 ア $n -$ **イウ**

である。この数列を次のように 1 個、2 個、 2^2 個、 2^3 個、 $\dots$ と区画に分ける。

$$|a_1|a_2, a_3|a_4, a_5, a_6, a_7|a_8, \dots$$

(1) m 番目の区画の最初の項を b_m とおくと $b_8 =$ **エオカ** であり

$b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_8 =$ **キクケ** である。

(2) 6 番目の区画に入る項の和は **コサシス** である。

－ 解説 －

以下の解答では、等差数列の和までの学習のみを仮定している。

$$a_n = -100 + 5(n - 1) =$$
 5 $(n -$ **21** $)$.

$$b_1 = a_1, b_2 = a_2, b_3 = a_4, b_4 = a_8, b_5 = a_{16}, b_6 = a_{32}, b_7 = a_{64}, b_8 = a_{128} \text{ ゆえ、}$$

$$b_8 = a_{128} = 5(128 - 21) =$$
 535.

$$b_1 + b_2 + \dots + b_8 = \dots =$$
 435.

$$b_6 = a_{32} = 5(32 - 21) = 55, b_7 = a_{64} = 5(64 - 21) = 215.$$

よって、 $55 + 60 + \dots + 210 = 5 \times 11 + 5 \times 12 + \dots + 5 \times 42$ これは、初項 55, 項数 32, 末項 210 の等差数列の和ゆえ、 $\frac{32(55 + 210)}{2} =$ **4240**.

－ 解説終わり －

第 4 問 (選択問題)(配点 20)

$\triangle ABC$ の辺 AB, AC 上にそれぞれ点 D, E を

$$AD : DB = t : 1, \quad AE : EC = 1 : (t + 1)$$

となるようにとる。

さらに BE と CD の交点と A を結ぶ直線が BC と交わる点を F とおく。次の文中の **エオ** $\sim$ **シス** については、当てはまる文字を A $\sim$ F のうちから選べ。ただし、エとオ、カとキ、クとケ、コとサ、シとスは、それぞれ解答の順序を問わない。

マークの注意エ $\sim$ スまでは、頂点 A, B, C, $\dots$ が入る。A は 1, B は 2, C は 3 $\dots$ と読み替えてマークせよ。

(1) DE が BC に平行になるとき $t =$ $\frac{\text{アイ} + \text{ウ}}{2}$ である。

(2) $\triangle ABF$ と $\triangle AFC$ の面積をそれぞれ S_1, S_2 とするとき、

$$S_1 : S_2 = \text{エオ} : \text{カキ} \\ = \text{クケ} \sin \angle BAF : \text{コサ} \sin \angle FAC$$

である。また、AF が $\triangle ABC$ の内心を通るならば

$$BF : FC = \text{シス} : AC$$

であり、さらに $AC = 12AB$ のとき

$$t =$$
 セ

である。

－ 解説 －

(1) $\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ が相似ゆえ、 $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$.

これから、 $\frac{t}{t+1} = \frac{1}{t+2}$. これを解いて、 $t = \frac{-1 + \text{5}}{2}$

(2) $S_1 : S_2 = \text{BF} : \text{FC} = \text{AB} \sin \angle BAF : \text{AC} \sin \angle FAC$ は、図を書けば明らか。

内心を通るとき、AF が頂角 A の 2 等分線になるから、 $\angle BAF = \angle FAC$. よって、 $BF : FC = \text{AB} : AC$.

$$\text{最後はチェバの定理から、} \frac{AD}{DB} \cdot \frac{BF}{FC} \cdot \frac{CE}{EA} = 1.$$

$$\text{ここに条件を入れれば、} \frac{t}{1} \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{t+1}{1} = 1.$$

分母を払って、 $t(t+1) = 12$. これから $(t-3)(t+4) = 0$ となり、 $t =$ **3** ($\because t > 0$)

－ 解説終わり －