

第1問 (必答問題)(配点 40)

[1] a を実数とし、 x の2次関数

$$y = (a^2 + 1)x^2 + (2a - 3)x - 3$$

のグラフを C とする。

(1) グラフ C が点 $(-1, 0)$ を通るとする。このとき、 $a =$ ア で

あり、グラフ C と x 軸の交点は $(-1, 0)$ と $\left(-\frac{\text{イ}}{\text{ウ}}, 0\right)$ である。

また、 x が $0 \leq x \leq 3$ の範囲にあるとき、この2次関数の最小値は

エオカ
キ

であり、最大値は クケ である。

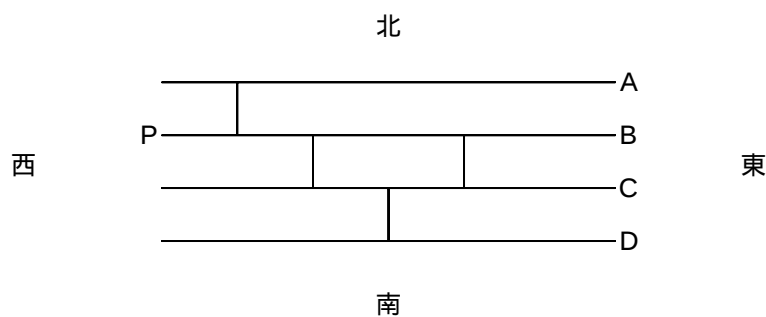
(2) グラフ C が x 軸の $x \geq 3$ の部分の1点を通るような a の範囲は

コサ $\leq a \leq$ シ
ス である。

[2] 東西に延びる道路が南北の結ばれている図のような街路がある。ある人が地点 P から東に向かって出発し、以下の約束 (a), (b) に従い、この街路を進み、地点 A, B, C, D のいずれかに到達するものとする。

(a) 西から分かれ道に至ったときは、さいころを振り、3 または 6 の目が出た場合は東に進み、他の目が出た場合は南北の道へ進むものとする。

(b) 北または南から分かれ道に至ったときには、東へ進むものとする。



(1) A に到達する確率は セ
ソ である。

(2) D に到達する確率は タ
チツ である。

(3) B または C に到達する確率は テ
トナ である。

(4) A, B, C, D に到達するとき、それぞれ 200 円、1800 円、1800 円、900 円の賞金を受け取るものとする。このとき、受け取る賞金の期待値は 二ヌネ 円である。

第2問 (必答問題)(配点 40)

[1] k を実数とし、 x の整式 A, B, Q を

$$A = x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 5x - 4k^2 + 2k + 10$$

$$B = x^2 + x - 2k - 3$$

$$Q = x^2 + x + 2k - 3$$

とする。さらに、 $R = A - BQ$ とおく。このとき

(1) $R = x + 2k +$ ア となる。また、 B を R で割ったときの商は $x -$ イ k , 余りは ウ $k^2 -$ エ となる。

(2) B が R で割り切れるための必要十分条件は $k = \pm \frac{\sqrt{\text{オ}}}{\text{カ}}$ である。

(3) $k = \frac{1}{2}$ のとき、 Q を R で割った余りは キ である。

(4) $k = \pm \frac{\text{オ}}{\text{カ}}$ であることは、 A が R で割り切れるための ク。(ク に当てはまるものを、次の①～④のうちから選べ。)

- ① 必要十分条件である
- ② 必要条件であるが、十分条件ではない
- ③ 十分条件であるが、必要条件ではない
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

[2] 四角形 $ABCD$ は、円 O に内接し、

$$AB = 3, BC = CD = \sqrt{3}, \cos \angle ABC = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

とする。このとき

$$AC = \text{ケ}, AD = \text{コ}$$

であり、円 O の半径は $\frac{\text{サ}}{11} \sqrt{\text{シス}}$ である。また、 $\triangle ABC$ の面積を S_1 , $\triangle BCD$ の面積を S_2 とすると

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{\text{セ}}{\text{ソ}}$$

第3問 (選択問題)(配点 20)

数列 $\{a_n\}$ は初項 a_1 , 公差 d の等差数列で $a_{13} = 0$ とし、 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ とおく。また、数列 $\{b_n\}$ は初項 a , 公比 r の等比数列とし、 $b_3 = a_{10}$ とする。ただし、 a と r は正の数とする。

(1) このとき、 $a +$ アイ $d = 0$ である。また、 $r = \frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$ である。

(2) $S_n < 0$ となるような n のうちで最小のものは オカ である。

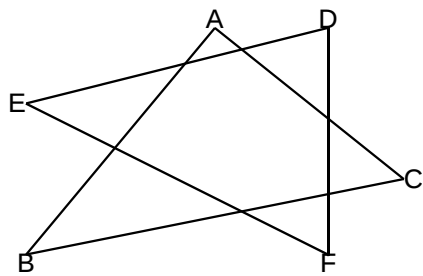
(3) $S_{10} = 25$ のとき、 $a =$ キ であり、 $\sum_{k=1}^n b_k = \frac{\text{クケ}}{\text{コ}}$ となる。

第 4 問 (選択問題)(配点 20)

平面上に二つの合同な三角形 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ があり、その頂点はこの順に対応し、次の条件を満たしている。(図を参照)

- (a) どちらの三角形の 3 頂点も、もう一方の三角形の外側にある。
- (b) 頂点 D は直線 AC に関して頂点 B の反対側にあり、頂点 E は直線 AB に関して頂点 C の反対側にあり、頂点 F は直線 BC に関して頂点 A の反対側にあり。

このとき、ある点 G を中心とする回転移動により $\triangle DEF$ を $\triangle ABC$ に、この順に頂点に対応するようにして、移すことができることを示そう。



次の文章中の アイ , ウエ , カキク と ケコサ に当てはまるものを、記号 A ~ G のうちから選べ。(アとイ, ウとエ, ケとサは、それぞれ解答の順序を問わない。)

ここでは、直線 AD と直線 CF が平行でない場合を考えてみよう。

- (1) 点 G を中心とする回転移動により $\triangle DEF$ が $\triangle ABC$ に移ったとすると、D が A に移るのだから $AG =$ アイ , 同じく $CG =$ ウエ である。ゆえに G は オ でなくてはならない。(オ に当てはまるものを、次の① ~ ④のうちから選べ。)

- ① 直線 AC と直線 DF の交点
 - ② 線分 AC の垂直 2 等分線と線分 DF の垂直 2 等分線の交点
 - ③ 直線 AD と直線 CF の交点
 - ④ 線分 AD と垂直 2 等分線と線分 CF の垂直 2 等分線の交点
- (2) 逆に、G が オ であると、 $AG =$ アイ , $CG =$ ウエ で、さらに $AC = DF$ だから、対応する 3 辺が等しく、 $\triangle DFG = \triangle$ カキク で、このとき頂点 D は頂点 カ に、頂点 G は頂点 キ に、頂点 F は頂点 ク にそれぞれ対応している。したがって、点 G のまわりに角 $\angle$ ケコサ だけ回転移動すれば $\triangle DGF$ は $\triangle$ カキク に移される。こうして $\triangle DEF$ は $\triangle ABC$ に移されることがわかる。

第 5 問 (選択問題)(配点 20)

B, C をある範囲内の整数として、2 次方程式 $X^2 + BX + C = 0$ について考える。次のプログラムは、各 B, C に対し、この 2 次方程式が整数の解をもつときは、その解を表示し、もたないときは、「整数の解なし」と表示するものである。ただし、 $INT(X)$ は X をこえない最大の整数を与える関数とする。また、K, L, M, N には、 $K \leq L$ および $M \leq N$ を満たす整数を入力するものとする。

```
100 INPUT "K=";K
110 INPUT "L=";L
120 INPUT "M=";M
130 INPUT "N=";N
140 S=0
150 FOR B=K TO L
160   FOR C=M TO N
170     PRINT "B=";B, "C=";C
180     D=B*B-4*C
190     IF D  ケ  0 THEN GOTO  コ 
200     E=(-B+SQR(D))/2
210     IF E-INT(E)  サ  0 THEN GOTO  シ 
220     S=S+1
230     PRINT "解 1=";E, "解 2=";E-SQR(D)
240     GOTO  ス 
250     PRINT "整数の解なし"
260   NEXT C
270 NEXT B
280 PRINT S
290 END
```

- (1) 上の ア , イ , ウ , エ に当てはまる記号または番号を、次の① ~ ⑨のうちから選び、プログラムを完成せよ。

- ① > ② < ③ >= ④ <= ⑤ =
- ⑥ 230 ⑦ 240 ⑧ 250 ⑨ 260 ⑩ 270

- (2) K, L, M, N にそれぞれ 3, 6, 4, 6 を入力すると、

オ $\leq B \leq$ カ および キ $\leq C \leq$ ク

を満たす整数 B, C に対し、2 次方程式 $X^2 + BX + C = 0$ が整数解をもつかどうか調べることができる。このとき、200 行は ケ 回、220 行は コ 回実行され、280 行により画面に表示される S の値は サ である。