'99 年度　１学期中間考査　１年　数学　No1　1999/5/20

$\boxed{1}$ 次の空欄を埋めよ。

(1) $3\sqrt{12} - 4\sqrt{27} + 3\sqrt{75} = \boxed{9\sqrt{3}}$

(2) $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 = \boxed{5 + 2\sqrt{6}}$　(3) $\sqrt{5 - 2\sqrt{6}} = \boxed{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$

(4) $\sqrt{2 + \sqrt{3}} = \sqrt{\dfrac{\boxed{4 + 2\sqrt{3}}}{2}} = \dfrac{\boxed{\sqrt{6} + \sqrt{2}}}{2}$

(5) 関数 $y = 2(x-1)^2 + 3 \cdots$ Ⓐ のグラフは関数 $y = \boxed{2x^2}$ のグラフを x 軸方向に $\boxed{1}$, y 軸方向に $\boxed{3}$ だけ平行移動したものである。頂点の座標は、$\boxed{(1,3)}$, 軸の方程式は $\boxed{x = 1}$ である。

(6) 数直線上の２点 A(2), B(−7) の間の距離は、$\boxed{9}$ である。一般に、２点 A(p), B(q) の間の距離は、$\boxed{|q-p|}$ である。不等式 $|a-3| \leqq 2$ をみたす実数 a の値の範囲は、$\boxed{1 \leqq a \leqq 5}$ となる。よって、$|a-3| \leqq 2$ をみたす整数 a は $\boxed{5}$ 個ある。

(7) 81 の平方根は $\boxed{\pm 9}$ であり、$\sqrt{81} = \boxed{9}$ である。$\sqrt{a^2} = a$ は成り立たない場合がある。例えば $a = \boxed{-1}$ のときは成り立たない。一般に $\sqrt{a^2} = \boxed{|a|}$ が成り立つ。

(8) $f(x) = x^2 + 2x$ のとき、$f(a-1) = \boxed{a^2 - 1}$

$\boxed{2}$ 次の問いに答えよ。

(1) $(1 - \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 - \sqrt{2} - \sqrt{3})$ を簡単にせよ。

– 解答例 –

与式 $= (1 - \sqrt{2})^2 - 3 = 1 - 2\sqrt{2} + 2 - 3 = -2\sqrt{2}$

(2) $\dfrac{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}$ の分母を有理化し、簡単にせよ。

– 解答例 –

$$
\begin{aligned}
\text{与式} &= \frac{(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 - \sqrt{2} - \sqrt{3})}{(1 - \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 - \sqrt{2} - \sqrt{3})} \\
&= \frac{1 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2}{-2\sqrt{2}} \\
&= \frac{1 - 5 - 2\sqrt{6}}{-2\sqrt{2}} \\
&= \frac{2 + \sqrt{6}}{\sqrt{3}} \\
&= \sqrt{2} + \sqrt{3}
\end{aligned}
$$

$\boxed{3}$ $\dfrac{1}{2 - \sqrt{3}}$ の整数部分を a, 小数部分を b とするとき、$a^2 + 2b + b^2$ の値を求めよ。ただし、例えば $\sqrt{2}(= 1.4142\cdots)$ については、$1 = \sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4} = 2$ ゆえ、$\sqrt{2}$ の整数部分は 1, 小数部分は $\sqrt{2} - 1(= 0.4142\cdots)$ である。

– 解答例 –

$\dfrac{1}{2 - \sqrt{3}} = \dfrac{2 + \sqrt{3}}{2^2 - 3} = 2 + \sqrt{3}.$

$1 = \sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4} = 2$ ゆえ、$3 < 2 + \sqrt{3} < 4.$

よって、$a = 3,\ b = (2 + \sqrt{3}) - 3 = \sqrt{3} - 1.$

よって、$a^2 + 2b + b^2 = 9 + 2(\sqrt{3} - 1) + (\sqrt{3} - 1)^2 = 9 + 2\sqrt{3} - 2 + 3 - 2\sqrt{3} + 1 = 11.$

$\boxed{4}$ $x^3 + 3x^2 - x + 1$ を x についての整式 B で割ると、商が $x + 3$, 余りが 4 であるという。整式 B を求めよ。

– 解答例 –

題意より、$x^3 + 3x^2 - x + 1 = (x + 3)B + 4.$

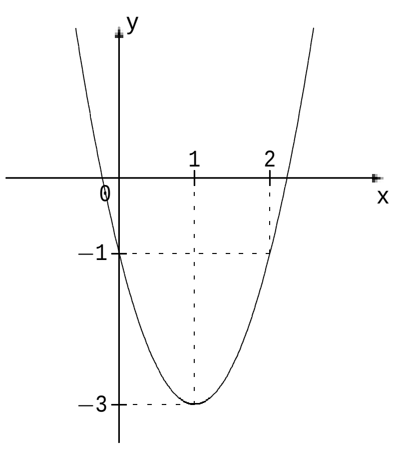
よって、

$$
\begin{aligned}
(x + 3)B &= x^3 + 3x^2 - x - 3 \\
&= x^2(x + 3) - (x + 3) \\
&= (x^2 - 1)(x + 3)
\end{aligned}
$$

$\therefore B = x^2 - 1.$

$\boxed{5}$ ２次関数 $y = 2x^2 - 4x - 1$ のグラフをかけ。また頂点の座標と軸の方程式を求めよ。　頂点 $\boxed{(1, -3)}$　軸 $\boxed{x = 1}$

– 解答例 –



$y = 2(x^2 - 2x) - 1 = 2(x - 1)^2 - 3$

その１

_____ 組 _____ 番　氏名 ______________________

'99 年度　１学期中間考査　１年　数学　No2　1999/5/20

$\boxed{6}$ $x = \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$, $y = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$ のとき、$xy = \boxed{1}$, $x + y = \boxed{4}$ である。空欄を埋めよ。また次の式の値を求めよ。

(1) $x^2 + y^2$

– 解答例 –

$$\begin{aligned} \text{与式} &= (x+y)^2 - 2xy \\ &= 4^2 - 2 \\ &= 14 \end{aligned}$$

(2) $\dfrac{y}{x} + \dfrac{x}{y}$

– 解答例 –

$$\begin{aligned} \text{与式} &= \frac{x^2+y^2}{xy} \\ &= 14 \end{aligned}$$

$\boxed{7}$ 次の問いに答えよ。

(1) $|a-2|$ の絶対値記号をはずせ。

– 解答例 –

$a \geqq 2$ のとき $a - 2$

$q < 2$ のとき $-(a-2) = -a + 2$

(2) $|a-2| + |a-3|$ の絶対値記号をはずして簡単にせよ。

– 解答例 –

$a < 2$ のとき $a - 2 < 0$, $a - 3 < 0$ ゆえ

与式 $= -(a-2) - (a-3) = -2a + 5$

$2 \leqq a < 3$ のとき $0 \leqq a - 2$, $a - 3 < 0$ ゆえ

与式 $= (a-2) - (a-3) = 1$

$3 \leqq a$ のとき $0 < a - 2$, $0 \leqq a - 3$ ゆえ

与式 $= (a-2) + (a-3) = 2a - 5$

$\boxed{8}$ x の関数 $y = ax + b(-1 \leqq x \leqq 4)$ の最大値が 5, 最小値が -10 となるように、定数 a, b の値を定めよ。

– 解答例 –

最大値と最小値が異なるので $a \neq 0$.

$a > 0$ のときグラフは右上がりゆえ $x = 4$ で最大, $x = -1$ で最小となる。

よって、$\begin{cases} 4a + b = 5 \\ -a + b = -10 \end{cases}$ これを解いて、$a = 3$, $b = -7$. これは条件 $a > 0$ をみたしている。

$a < 0$ のときグラフは右下がりゆえ $x = -1$ で最大, $x = 4$ で最小となる。

よって、$\begin{cases} -a + b = 5 \\ 4a + b = -10 \end{cases}$ これを解いて、$a = -3$, $b = 2$. これは条件 $a < 0$ をみたしている。

よって、$(a, b) = (3, -7)$, $(-3, 2)$

$\boxed{9}$ $x = 2 - \sqrt{3}$ のとき、$x^4 - 4x^3 + 6x^2 + x + 3$ の値を求めたい。次の問いに答えよ。

(1) $x = 2 - \sqrt{3}$ のとき、$x^2 - 4x + 1 = (x-2)^2 - 3 = \boxed{0}$ である。空欄を埋めよ。

(2) x の４次式 $x^4 - 4x^3 + 6x^2 + x + 3$ を x の２次式 $x^2 - 4x + 1$ でわり算し、その結果を、$A = BQ + R$ の形に表せ。

– 解答例 –

$$\begin{array}{r|lllll}
 & x^2 & & +5 & & \\ \hline
x^2 - 4x + 1 & x^4 & -4x^3 & +6x^2 & +x & +3 \\
 & x^4 & -4x^3 & +x^2 & & \\ \hline
 & & & 5x^2 & +x & +3 \\
 & & & 5x^2 & -20x & +5 \\ \hline
 & & & & 21x & -2
\end{array}$$

よって、$x^4 - 4x^3 + 6x^2 + x + 3 = (x^2 - 4x + 1)(x^2 + 5) + 21x - 2$

(3) $x = 2 - \sqrt{3}$ のとき、$x^4 - 4x^3 + 6x^2 + x + 3$ の値を求めよ。

– 解答例 –

(1),(2) より

$$\begin{aligned} & x^4 - 4x^3 + 6x^2 + x + 3 \\ = {} & 21x - 2 \\ = {} & 21(2 - \sqrt{3}) - 2 \\ = {} & 40 - 21\sqrt{3} \end{aligned}$$

$\boxed{10}$ $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ を $a + b + c$ でわり算する事により、$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ を因数分解せよ。

– 解答例 –

$$\begin{array}{r|lll}
 & a^2 & -(b+c)a + (b^2 - bc + c^2) & \\ \hline
a + b + c & a^3 & -3bca & +b^3 + c^3 \\
 & a^3 + (b+c)a^2 & & \\ \hline
 & -(b+c)a^2 & -3bca + (b^3 + c^3) & \\
 & -(b+c)a^2 & -(b+c)^2 a & \\ \hline
 & & (b^2 - bc + c^2)a + (b^3 + c^3) & \\
 & & (b^2 - bc + c^2)a + (b^3 + c^3) & \\ \hline
 & & 0 &
\end{array}$$

$$\begin{aligned} \therefore a^3 + b^3 + c^3 - 3abc &= (a+b+c)(a^2 - ab - ac + b^2 - bc + c^2) \\ &= (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) \end{aligned}$$

その２	合計点

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿