「MuPAD を用いた数学研究の試み」

新潟県立新発田高等学校　教諭　　金　沢　光　則
西　村　健　一

要　　旨

本校は，今年で創立１０６周年を迎えた進学校である。普通科８クラス，理数科１クラスの１学年３６０名の大規模校である。国公立１３０名，私立１１０名程が現役で大学に進学している。北信越大会や全国総体などにも代表を出し，部活動にも力を入れている。

本校に理数科が設置されて，今年第７期生を迎え入れた。普通科にはない理数科独自の行事として理数特論を行っているが，今回，１年生の 0.5 単位分のコンピュータを使った数学研究の試みについて述べる。

当初は Mathematica を使っていたが，現在はフリーで使える MuPAD Light Ver2.5 を使っている。先の進んだ話題は，数学の授業や大学の出張講義でも扱うことが出来るので，生徒自身の試行錯誤，思索，工夫などを実践する場として考えている。今回は４５分の実習＋１５分の休憩を３日間で２９駒実施した。

1　本校の概要と理数科

1.1　概要

本校は，新潟市の北方に位置する新発田市にあり，今年で創立１０６周年を迎えた。普通科８クラス，理数科１クラスの１学年３６０名の大規模校である。今年の卒業生のうち５７％の生徒が５教科６科目でセンター試験を受験し，国公立１３０名，私立１１０名程が現役で大学に進学している。北信越大会や全国総体などにも代表を出し，今年は１１０ｍハードルで優勝するなど部活動にも力を入れている。

1.2　理数科

新潟県内の他の３校に１年遅れて理数科が設置され，今年第４期生を送り出し，第７期生を迎え入れた。普通科を第２希望にできる，学区改変，普通科・理数科間の転科を認める，など理数科を取り巻く環境がめまぐるしく変わる中で生徒の質も変わりつつあるという見方がある。地域懇談会で保護者の話を聞くと，全般的には理数科の方が出来る，あるいは勉強させてくれるという認識を比較的多く持っているようであるが，昨年までの高校入試では理数科は実質全入であったため，一部の中学校や保護者の間では，普通科は無理だから理数科を受検しようという話も出ており，実際に学力の低い生徒も数名在籍している。

普通科にはない理数科独自の取り組みとして，在校生向けに理数特論，大学の先生による出張講義を行っている。中学生向けには，体験入学として，物理・化学・生物の実験，数学の授業，コンピュータ演習を２駒行っている。今年は例年より少なかったが，中学生１２１名の参加を得た。また，地域交流として，理数科体験入学時に懇談会を行ったり，理数科担当職員で中学校訪問を行っている。

分掌としての理数科を４年前に立ち上げ，内容の充実や外部に対して宣伝を始めている。しかし，学校内部では「理数科」に対しての理解はまだまだ低く，特別な予算も無いのが現状である。

2　理数特論

本校では現在，１年：尾瀬植物観察（７月下旬：１泊２日），数学研究（８月上旬：本校で３日間），２年：物理・化学実験（８月下旬：本校で５日間），３年：研究所・大学訪問（春休み中：２泊３日）を行っている。

数学研究については，最初は本校にフロッピーベースのNEC-PC しかなかったこともあり，N88-BASIC によるプログラム実習を行っていたようである。私が転勤してきて２年目に理数科１年の担任になり，数学科の了解をとり Mathematica による数学研究の試みを行った。このときの学年は３期生である。私は個人的には Mathematica のユーザーであったが，学校では買ってもらえず，唯一，新潟県教育センターに２１人分の Mathematica があるので１泊２日で実習を行ったのが始まりである。

この試みも，教科「情報」の免許講習実施のため教育センターを使うことが出来なくなり，Mathematica 類似でフリーで使える MuPAD を現在は使っている。

これは `http://www.sciface.com/` で手に入る。

私自身数式処理に出会ったのは比較的最近のことであり，余り詳しいわけではないが，Mathematica に比べて参考書が圧倒的に少ない MuPAD を使うことはかなり厳しいことである。実際， Mathematica 用に作成したものを一昨年 MuPAD 用に直したとき，直しきれなくて削った場所が少なからずあった。

理数科向けに配当された４０台の Windows95 マシンも余り使わないうちに古くなったり故障したりして使えなかったので，近くの会場をコンピュータごと借りて実習を行っていたが，今年は「情報」用に WindowsMe マシンが 41 台配当されたので，実習を本校で行った。なお，１人１台の実習は今回が初めてである。

3　MuPAD を用いた数学研究の試み

3.1　既習事項

本校理数科のカリキュラムでは，夏休み前に次の単元を学ぶ。なお，使用教科書は東京書籍である。

数学Ｉ　第１章　２次関数，数学Ａ　第１章　数と式，数学Ｂ　第２章　複素数と方程式。

普通科では，数Ｂの代わりに　数Ｉ　個数の処理　を学ぶ。

また，理数科の授業で今年は次のことについても触れている。

0 で割ること，自然数指数の自然な拡張，２項展開とパスカルの三角形, ピタゴラス数,
x^4+x^2+1 の因数分解と虚数, ホテル∞, アキレスと亀，３次方程式の解の公式,

3.2　目的

当初よく行われていたことであるが，数学と銘打って BASIC などのプログラムを教えるのは，例えアルゴリズムを教えることが目標であったとしてもちょっと違うのではないかという思いがあった。

そういうときに思い出すのは，ガウスが計算魔であったという事実である。

非常にたくさんの計算を行い，その中から数学的事実を浮かび上がらせ，鋭く迫っていく。我々自身もそうであるが，生徒には意味がわからない計算を大量に行うほど暇も根気も無い。我々も，できあがった数学を，最後まで試行錯誤させず生徒を引き回しておしまいという与え方を行っているように思う。

数式処理を１つの目標に向かって修得させ，何か授業で扱えないような数学的事実に遭遇させるということも考えられるが，ここでは，多くの題材を用意し，生徒の感性で選び，進めていくようにした。深みは出ないが達成感はあるのではないかと思っている。１つの事実を追求するのは，長い期間を使った課題研究ではよいのだろうが，短期決戦では授業と同じようになってしまうことを恐れたためでもある。

なお，１つの目標を設定するのは，中学生対象の体験入学で実施している。

生徒には，必ずしも MuPAD を使う必要はないといってある。例えば，いくつか計算した後，証明を考える段になれば，MuPAD が不要であることもあろう。

好きな教材，きらいな教材，絵やグラフを見て面白いという生徒，結果が次々出てくるだけで満足する生徒，きちんと仮説をたてて検証することの出来る生徒など，個人により様々である。

しかし，試行錯誤をし，小さくとも疑問・興味を持ち，それについて考え，わずかでも工夫をする経験を積むことは意味があると考えている。

高校１年の夏という時点では，準備できる数学はごくわずかである。意味のある事柄を与えることは可能なのかという疑問は確かにある。本当は３年で行いたい所であるが，大学受験もあり難しい。

この疑問は，小学校や中学校の総合学習にも繋がる疑問ではある。私はこれらに対しては懐疑的だが，同じことがこの理数特論に対しても言えるのだろうか。

3.3　環境

「情報」用に WindowsMe マシンが４１台の他，カラープリンタ，ＬＡＮ環境，1.5M 光によるインターネット接続が可能である。この部屋には冷暖房設備があるので，通常ではコンピュータを取り払い自習室として使用している。例年，理数特論を実施する前に数回コンピュータの使い方，ソフトの使い方の簡単な練習を数学の授業時間に設定し，本番では，MuPAD の演習にすぐ入るようにしていたが，今回は事前にパソコンを用意することが出来なかったので，期間を３日間に延ばしパソコンになれるところから始めた。

生徒の中にはパソコンにほとんどさわったことが無いという生徒も自己申告によれば２，３人いたようだが，見ている限りは一人一人にパソコンを割り当てたこともあって，特に遅れた生徒はいなかったよう

である。ワープロなどになれていたためであろうか。実際には ^ や : など，いくつかの文字の入れ方がわからないと言う声はあった。

数式処理ソフトは MuPAD Light Ver 2.5 を使用した。このバージョンは lib.tar にミスがあり，そのままでは Lsys が使えない。また，ネット上に公開されているマニュアル様の文書も `Ver 1.4` のものだったのでグラフ表示などにいくつか訂正が必要であった。

英語のオンラインヘルプだけではよくわからなかったので，次のサイトを参考にさせていただいている。

岡山理科大学理学部応用数学科 助教授　示野 信一

`http://www.xmath.ous.ac.jp/~shimeno/mupad.html`

3.4　内容

生徒用に作成したプリントはＢ５で１５ページあるので，ここですべてを紹介することは出来ない。もし必要なら次のサイトで入手可能である。

`http://www4.justnet.ne.jp/~mi_kana/`

参考のため，生徒に提示した目標，評価方法と演習問題，課題例を載せた。なお，演習問題はごく一部である。

3.4.1　目標

数学を研究する，あるいは楽しむためには多くの知識と道具への習熟が必要である。しかし，残念ながら生徒にはそのために多くの時間を割くことが出来る状態にない。昔の天才達は多くの計算を行い，そこから見えてくる数学的事象を発見することで感性を研ぎ澄ませ，意欲を高めていったのだが。幸いなことに，計算する手段はソフトがかなり補うこと出来る。高校１年では十分な数学的素養は足りないとはいえ，この段階でも扱える話題は十分にあるので，これらの話題の中で十分に，考察，試行錯誤を繰り返し，数学的思索に浸って欲しい。

3.4.2　課題

数学的事象を１つ定め、それについてレポートを作成し９月２日に担任へ提出せよ。その際、今回の理数特論についての感想もあわせて記すこと。

共同作業をしたために同じ内容のレポートを提出することは良いが、人数が多いほど評価を下げることに注意せよ。

感想のみ　２　演習のみ　３

課題を提出した場合、原則４以上を与えるが、５とするかどうかは、難度、深み、量、オリジナリティーを総合し決定する。

課題例をあげてあるので、参考にせよ。

3.4.3　演習項目

整数の四則演算，ベキ，階乗，剰余，商，和，素数，素因数分解，メルセンヌ数，フェルマー数，平方根，近似値，円周率，実数部分，虚数部分，共役，絶対値，集合，リスト，数列，約数のリスト，共通部分，和集合，集合の差，数列の和，多項式の計算，次数，係数，展開，通分，因数分解，部分分数分解，商と剰余，代数方程式を解く，関数定義，関数のネスト，１変数関数のグラフ，２変数関数のグラフ，点のプロット，折れ線グラフ，円と円周上の点，積分，ロゴシステム

以上の内容についての例題を練習する。多少の説明はあるが，かなり不親切に作ってあり，基本的に自分で意味を考えろというようにしてある。なお，円と円周上の点は，$x^{17}-1=0$ の解を求めることにより正 17 角形を定規とコンパスで作図できると授業で述べた所，出来ないといってきた生徒に正 5 角形でやってごらんと言ったら出来たと持ってきた生徒がおり，その生徒が　MuPAD で正 17 角形の作図をするんだと意気込んでいたのでその生徒用に，少しは足しになるかと思い追加した教材である。教師側としては整数や素数関連だけで十分なのだが，これまでの経験から，生徒はグラフやロゴシステムに興味を持つものが多いので，入れてある。

参考のために，素数と近似値の場合を載せておく。

参考

3.2　素数と素因数分解

3.2.1　次のように入力せよ

(1) `isprime(524287);`　(2) `ithprime(100);`　(3) `factor(2^64+1);`
(4) `ifactor(10!);`

3.2.2　説明

`isprime` で素数かどうか判定できる。$M_n = 2^n - 1$ (n は自然数) の形の素数をメルセンヌ数という。

$2^{64}+1 = 2^{2^6}+1$ は素数でないが、一般に $F_n = 2^{2^n}+1$ (n は自然数) の形の数はフェルマー数と呼ばれる。

`ithprime(n)` で n 番目の素数を求めることができる。`ifactor` で整数の素因数分解ができる。

3.2.3　演習

(1) 次を素因数分解せよ。
　(i) 12345678987654321　(ii) $111\cdots111$ (1 が n 個並ぶ)
(2) $2^{128}+1$ の素因数を 1 つ見つけよ。
(3) メルセンヌ数を列挙し、素数かどうか判定せよ。
(4) フェルマー数についても同様に調べよ。

3.4　近似値

3.4.1　次のように入力せよ

(1) `float(22/7);`　(2) `1/3+0.4;`　(3) `DIGITS:=10;float(3^(1/2));`　(4) `float(PI);`

3.4.2　説明

小数は近似値を表す。分数は近似値でなく本当の値である。

分数を小数で表すためには .0 をつけるか、$float$(式) を用いる。

分数と小数の足し算は小数となる。一般に、式の中に小数 (近似値) が 1 つでもあれば式全体は近似式になる。DIGITS:=n とすると，表示する小数の桁を変えることが出来る。

3.4.3　演習

(1) $\dfrac{355}{113}$ が循環することを調べよ。

(2) π の近似値を表す分数を探せ。

(3) π を 500 桁表示し面白い数字の並びを探せ。

(4) `a:=arctan(1/5);b:=arctan(1/239);float(16*a-4*b);` と入力せよ。その後，`float(%-PI);` と入力せよ。

参考

新しいことももちろんあるが，有理数の小数表示が循環するという話などは教科書にもあるように，授業でも取り上げてあり，盛り上がった教材なのだが記憶に残っていないようである。ここではわざと授業で取り扱ったということには言及しなかった。

これらの演習の後に課題例をあげておいた。次がそうである。

3.5　課題例

ここにあげたものは、例である。演習にも適当なものがある。自分で課題を設定してもよい。

3.5.1　π の計算

昔は、円に内接する正多角形の辺の長さを調べて周と半径の比を計算していた。この方法で，円周率を計算してみよう。

3.5.2　分数は必ず循環するか

$\dfrac{1}{3} = 0.333333\cdots$ とこの場合 3 が繰り返し現れる。

$\dfrac{4}{33} = 0.121212\cdots$ と 12 が繰り返し現れる。

これは一般に正しいか？

3.5.3　$0.999999\cdots = 1$?

$\dfrac{1}{3} = 0.333333\cdots$ である。この両辺に 3 をかけると、$1 = 0.999999\cdots$ となる。これは正しいのだろうか。

3.5.4　連分数

小数には，有限小数，無限小数，循環小数などがあり，それぞれに意味があった。

小数を分数に変えてみるとどうだろう。

例えば $1 + \dfrac{1}{1+\dfrac{1}{2}}$ などを考えてみるのである。

3.5.5　大きい数

3 を 3 つ使った最大の数は？

3を4つ使った最大の数は？
一般にはどうなるか？

3.5.6 約数全部の和が自分自身の2倍となる数はどんな数？

自分の約数全体の中に自分自身があるから、約数全体の和は自分自身より大きい。

そこで、自分自身以外の約数全体の和がまた自分自身となるような数を考えたわけである。このような数を完全数という。

『この完全数を探してみよ』というわけである。実は、偶数の完全数は無限に見つかっているが、奇数の完全数は1つも見つかっていない。あるいは無いのかもしれない。

3.5.7 $\sqrt{1+i}$=?

$\sqrt{2}$ は $x^2=2$ を満たす解のうち正のものであった。$\sqrt{1+i}$ も何かの方程式の解とみることができないか?

3.5.8 虚数解を図示してみよう

$x^2+x+1=0$ の解は虚数なので $y=x^2+x+1$ のグラフと一緒の平面には表示できないが、空間では？

3.5.9 メルセンヌ数

n が自然数で 2^n-1 が素数である数をメルセンヌ数という。どのようなメルセンヌ数があるか。

3.5.10 フェルマー数

n が自然数のとき、$2^{2^n}+1$ をフェルマー数という。フェルマー数は素数か。

3.5.11 二項展開

$(a+b)^n$ を $n=2,3,4,\cdots,7$ のとき展開せよ。一般の形はどうなるか。

3.5.12 多項展開

$(a+b+\cdots+d)^n$ (項の数が3以上) の展開式はどのような形になるだろうか。

3.5.13 ピタゴラス数

$a^2+b^2=c^2$ を満たす正の整数の組 (a,b,c) をピタゴラス数とよぶ。ピタゴラス数をすべて求めよ。

3.5.14 フェルマー予想とオイラー予想

$x^n+y^n=z^n$ (n は3以上の自然数) には自然数解は無いことが証明されている。しかし，2個の和でなくもっと多くの数の和にするとあることがある。探してみよう。

3.5.15　平方和

どんな自然数も，４つの平方数の和で表すことが出来るという。本当だろうか。

3.5.16　フラクタル

雪の結晶、木を参考にして、面白い形を作ってみよう。

3.5.17　数列の和

$1+2+3+\cdots+n,\ 1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2,\ 1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3,\ 1^4+2^4+3^4+\cdots+n^4,\ \cdots,$ $1^l+2^l+3^l+\cdots+n^l$

について、考える。これらは、l が具体的な値であれば、`sum(k^l,k=1..n)` で計算できる。

この式の次数や係数は、l とどのような関係にあるだろうか。

3.5.18　シャッフル

$2N$ 枚のカードに 1 から $2N$ まで数字を書き込んでおく。そのカードを等分に分けトランプのシャッフルを行う。その結果は例えば $N=4$ のとき，1,2,3,4,5,6,7,8 と並んでいたカードが 5,1,6,2,7,3,8,4 と並ぶ。このようなシャッフルを何回か行うと，元に戻る。元に戻る回数を調べよ。

3.5.19　正５角形の作図

$x^5-1=0$ の解を複素数平面上にとると，それが正五角形の頂点となる。このことを使って，コンパスと定規で正五角形を描いてみよう。

3.5.20　無限和は無限？

$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\cdots$ はどうなるだろう。

$1+a+a^2+a^3+\cdots$ はどうだろう。

$1+\frac{1}{2^a}+\frac{1}{2^{2a}}+\frac{1}{2^{3a}}+\cdots$ はどうだろう。もし，ある値に近づくなら，それはいくつだろう。

3.5.21　0^0 って？

0^0 はいくつと考えるのが良いのだろうか？

3.5.22　接線の傾き

$y=2^x, y=3^x, y=4^x$ などのグラフを描いてみよう。y 切片での接線の傾きは段々急になっていく。ちょうど傾きが 1 となるような $y=a^x$ の a の値はあるだろうか。

3.5.23　数列の幾何

$$\begin{cases} a_{n+1} & = {a_n}^2+c\ (n=0,1,2,\cdots) \\ a_0 & =0 \end{cases}$$

によって，次々に決まる数の列 a_0，a_1，a_2，$\cdots$ を考える。
$c=-0.5$, $c=0.2$ のときの数の変化を調べよ。
c の値によって，数はどのような変化をするか。

3.5.24　コラッツ予想

どんな自然数も次の計算を続けていくと最後には１になるという。

(1) 奇数なら３倍して１を足す。
(2) 偶数なら半分にする。

この予想はまだ証明されていない。

3.6　追加の説明

生徒の様子を見ていて，本当にレポートを書けるのか心配になり，演習３日目の午後の最初の時間にいくつかの課題について追加の説明を行った。何をするか大きな声で述べた後，見たい生徒を集めて，その前で実演したのである。

今まで，こんなことをしたことはない。この大会が気になっていたか，あるいは，今年の生徒が気が利かないか，今年のやり方に問題があったか，気になる所ではある。

3.6.1　完全数

既習の事実を組み合わせると次のようになる。

```
numlib::divisors(12)
          [1, 2, 3, 4, 6, 12]
op(%)
           1, 2, 3, 4, 6, 12
_plus(%)
                  28
```

これが 12 の２倍になればよいのだから，１行でまとめると

```
_plus(op(numlib::divisors(12)))-2*12
                  4
```

これが 0 になれば完全数である。
入力を簡単にするために既習の関数定義を使って

```
f:=x->_plus(op(numlib::divisors(x)))-2*x
```

これで，先ほどの例は次で計算できる。

```
f(12)
                  4
```

たくさん探したいなら

```
f(n) $ n=1..10
                        -1, -1, -2, -1, -4, 0, -6, -1, -5, -2
```

これで見にくいなら，既習ではないが

```
g:=proc(x)
begin
    if f(x)=0 then
        print(x)
    end_if
end_proc

g(n) $ n=1..100

                              6

                              28
```

最後は 1 人の生徒に教えただけであったが，表示の後に不要な NIL がたくさん表示されてうっとうしい。

それとは別に，球を表示したいといっていた生徒が if の使い方を教えろといってきたので教えたら，次のようにやっていた。

```
h:=proc(a:Type::PosInt,b:Type::PosInt)
begin
    x:=a;
    while x<b+1 do
        if f(x)=0 then
            print(x);
        end_if;
        x :=x+1;
    end_while
end_proc

h(1,10000)

                                  6
                                 28
                                 496
                                8128
                                10001
```

3.6.2 ピタゴラス数

特別な工夫もなく整数の平方を画面に表示しているだけの生徒が多くいたので不思議だったが，そのうちの一人に聞いてみると，それらの和を頭で計算しながら平方数になるものを探していたのだという。

これに気付く前ではあったが，次のような実演をした。

```
x^2+y^2 $ x=1..10,y=1..10
```

としたいのだが，これでは x だけが展開される。それなら，最初から y を展開して

```
x^2+1^2 $ x=1..100
```

とすればよい。しかしこれが平方数であることを目で見取ることは難しいので，

```
sqrt(x^2+1^2) $ x=1..100
```

くらい工夫するだけで，分かり易くなる。

これを実行するだけで，$y = 1, 2$ のときは平方数は無いが，15 までやってみると，必ず平方数が見つかる。

先ほど述べた生徒に，簡単だろうといったら，そうだけどもうすぐ出来るからこっちの方法でやるといって１００の平方までの和の表を見ながら探していた。

3.6.3　0^0

MuPAD で 0^0 と入力すると実は 1 が返ってくる。が，これで終わりというのでは寂しい。

x^y という関数を考えて，x や y を 0 に近づけていったら良いのではないか。そうなら，２変数のグラフを描いてみよう。`plotfunc3d()` を使えばよい。

```
plotfunc3d(x^y,x=0..1,y=0..1)
```

画面に表示されたグラフの視点を変えたいなら，スピードボタンを押せばよい。

メッシュを細かくしたいなら，

```
plotfunc3d(x^y,x=0..1,y=0..1,Grid=[50,50])
```

と，Grid を指定すればよい。

3.6.4　接線の傾き

```
plotfunc2d(2^x,x=-1..1)
```

とグラフを描くだけでは分かりにくい。$x = 0$ で傾きが 1 の直線 $y = x$ と比べるために，これを引いてみる。$2^x - x - 1$ の方が良いのかも知れないが，話を単純にしたかった。

```
plotfunc2d(2^x-x,x=-1..1)
```

$x = 0.5$ の辺りで x 軸に接するように見える。これは，傾きが 1 からずれていることを表している。2^x の 2 を大きくすればよいかどうか実験してみればよい。

ところで，この方法で調べていくと，

```
Error: Ticks: String too long [plot];
during evaluation of 'plot2d'
```

というエラーがでるが，数値を少し変えて実行することでエラーが出なくなることがあり，そうやって続けていくと $y = 2.71828^x$ でグラフが x 軸に平行となる。

`float(E)` によれば，この値は 2.718281828 なので，結構いい感じになっている。

「微分を使うのか」といってきた生徒がいたが，単に拡大するだけである。これが微分の本質であり，ソフトの得意とする所でもある。

先に進んだ生徒は，単に計算できる，知っているだけということが多いから，疑問を持たせる，別の見方をさせるということに意味がある。

3.6.5　コラッツ予想

このまま手で入力するのは面倒なので，使えるものを考えると，関数定義が良さそうだ。

```
f:=x->3*x+1;g:=x->x/2;
```

これを使えば，奇数に対しては $f(3)$, 偶数に対しては $g(6)$ などと入力するだけで，値を求めることが出来る。これらをさらに工夫すればもっと簡単に計算することもできるが，ここではしない。

さて，レポートは，ただ計算するだけでも良いが，工夫をして簡単に計算するようにすれば評価は上がる。また，いろいろやっていると，疑問や予想が出来ることが多い。それらについて述べることはとても良い。さらに，それらを実験により確かめ，正しかった，間違っていたなど書けば，もっと評価は上がる。

3.7　感想

まだレポートが出ていない段階ではあるが生徒の様子を見ていて，次のような課題に取り組んでいる生徒に気づいた。

3.7.1　ルーローの三角形

ロータリーエンジンに興味があり，web を検索してあの三角形の書き方はわかったようである。しかし，それが定幅曲線であることは知らなかったようである。アニメのように動かすことや，図形の性質を調べるという点については MuPAD では難しいように感じた。

このような場合には，例えば

愛知教育大学 数学教育講座 飯島康之

CG/Java `http://www.auemath.aichi-edu.ac.jp/teacher/iijima/index.htm`

などのような図形ソフトが有効なのかなとも思う。

3.7.2　４次方程式の解の公式

授業で３次方程式の解の公式を簡単にやり，そのときに，４次方程式の公式はもっと簡単だと言っておいたので，これに興味を持ったのかも知れない。

MuPAD では，２次方程式を解くと，ちゃんとルートで表示してくれるが，２次方程式に簡略出来ない３次方程式は `RootOf` と表示されるだけで，原理的に詳しいことはわからない。円分多項式では $\exp(\theta\pi i)$ と表示するが。近似値で良いなら `float()` を使って得ることが出来るとは話したが，難しいだろうなあ。

ところで，正１７角形の作図のために $z^{17}-1=0$ を解きたかったのだけれど，$e^{2\pi i/17}+e^{4\pi i/17}+e^{6\pi i/17}+\cdots+e^{32\pi i/17}$ を MuPAD は簡約してくれない。これでは，解を組み合わせて $\sqrt{\quad}$ で表示させようとしたもくろみがうまくいかないので困った。

3.7.3 球を描く

もちろん１年生なのでパラメータ表示は知らない。この生徒が

```
plotfunc2d(sqrt(1-x^2),-sqrt(1-x^2),x=-1..1)
```

により円が出来たといってきた。これで，球を表示しようと思ったらしい。円のパラメータ表示

```
plot2d([Mode=Curve,[cos(t),sin(t)],t=[-3.2,3.2]])
```

を見せたが，興味を持たないようだった。その後

```
plotfunc3d(sqrt(1-x^2-y^2),-sqrt(1-x^2-y^2),x=-1..1,y=-1..1)
Error: Plot function(s) must return real numbers.
       Type of the returned value is DOM_COMPLEX;
during evaluation of 'plot3d'
```

のエラーが分からないと言ってきた。例えば $x=1,y=1$ のときルートの中身が負になって虚数になって表示できないということだ，$x=-0.5..0.5, y=-0.5..0.5$ にすればよいと答えておいた。その後，だいぶ苦労していたようだが，`plotfunc3d(Re(sqrt(1-x^2-y^2)),Re(-sqrt(1-x^2-y^2)),x=-1..1,y=-1..1)` とすることで球を書くことに成功していた。私はこれでいいと思うのだが，彼は球からはみ出たバリが気に入らないらしく，さらに考え込んでいた。

3.7.4 完全数

生徒のパソコンを覗いて聞いてみたら，完全数を調べているという。「$2^n\times$ フェルマー素数」の形をしているのではないかと思うので，確かめているという。そこに，6, 28, 496, 8128 という数字があった。どうも腑に落ちないので，どうやって求めたんだいと聞くと，web で調べ， `ifactor()` をかけたそうだ。

以前の生徒もこのようなことをやっていたが，この対応を聞いて私は不満に思った。情報検索能力はたいしたものかも知れないが，思索，試行錯誤の芽をつぶし，楽をしすぎていると思うのである。

仕方がないのだろうか。あるいはほめるべきなのだろうか。こちらの与え方がまずいのだろうか。

3.7.5 二項展開

二項展開をやっていた生徒がいたので，面白いかと聞くと，全然と答える。始めたときは面白いと思ったけど，今はそうは思わないという。ここが面白いということをレポートで説明すればいいよ。そうだと思えば５をあげるから。こう言うと，生徒は，先生が面白いと思うものを書かなきゃいけないんだね，というので，こっちはプロだぞ，客観的に面白いかどうかは大体分かるさと対応した。

勉強が面白いなんて考えたことも無かったんだろうなと思った。

3.7.6 $\sum_{k=1}^{n} k^l$

知識量の多い生徒は単に `sum(k^l,k=1..n)` としたがっていた。もしこれで結果が出るようなら，一般論が完全にわかっていて，それについての考察をする機会が無いということになる。それでは課題になるはずが無いじゃないか，と言ったのだが，伝わっただろうか。知識が上滑りしているように感じた。

思ったこと，面白いこと，一部わかっただけでいいんだよね，と言いながら，係数について調べている生徒がいた。最高次から２つ目まではわかったといっていたが。こちらの様子をうかがいながらも，自分で動いている生徒もいるなあと思った。

4　終わりに

数学では数ⅢＣまで終わらなければ準備が出来たとは言えないように思う。それゆえ，先に進むのが良いか，あるいは途中であっても，このような試みを行ったほうが良いのか悩む所である。総合学習と重なる部分であるが，理数科ゆえやる意味は大きいのかも知れない。

４年前に始めてから，毎年理数科１年のこの講座を担当しているが，数学の授業担当ではないので，課題を見て評価をするのは今年が２回目である。

生徒の感想は悪くないが直後に学校のコンピュータを使ってやろうという生徒は毎年わずかである。レポートと無関係にやってみようという生徒はいなかった。

感想はまとめているが，内容についてもまとめた方が良いのだろうか。それを次年度に参考として見せた方がいいのだろうか。

どうも，それほどのこともないように感じている。

生徒の反応を見ていると，直ぐに使える道具を教わったというより先へ行くと色々あるんだなあ，人によって興味が違うんだなあ，自分が面白いと思うことが大事なんだなあ，難しい計算もソフトで実行できるようになっているんだなあなどと，漠然としたバックボーンになっていくように思う。

今年のレポート提出締め切りは９月２日なのでその結果をまとめて大会で報告出来ればと思っている。