

平成 15 年度
新潟大学理学部数学科推薦入試
小論文問題

平成 14 年 11 月 23 日 (土) 10 時 ~ 12 時 実施

1 関数 $f(x) = e^{-x} \sin x$ について次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $f(x)$ の増減を調べ、極値を求めよ。
- (2) 正の整数 n に対して

$$a_n = \int_0^{n\pi} f(x) dx - \frac{1}{2}$$

とおく。このとき、無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ の和を求めよ。

2 関数 $f(x) = |x^2 - 1|$ について次の問いに答えよ。

- (1) 曲線 $y = f(x)$ の概形をかけ。
- (2) 次の極限値をそれぞれ求めよ。

$$\lim_{h \rightarrow +0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}, \quad \lim_{h \rightarrow -0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

- (3) (2) の結果を用いて、関数 $f(x)$ が $x = 1$ で微分可能かどうか判定せよ。

3 次の問いに答えよ。

- (1) 三角形 ABC の辺 BC の中点を M とする。このとき、等式

$$AB^2 + AC^2 = 2(AM^2 + BM^2)$$

が成り立つことを示せ。

- (2) 四角形 ABCD の対角線 AC, BD の中点をそれぞれ M, N とする。このとき、等式

$$AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2 = AC^2 + BD^2 + 4MN^2$$

が成り立つことを (1) の結果を利用して示せ。

4 C_1 を半径 4, C_2 を半径 1 の円とする。円 C_1 は平面上に固定されており、円 C_2 は円 C_1 の内側にあって、円 C_1 に内接しながらすべることなく転がるものとする。このとき、円 C_2 は円 C_1 の周上を 1 周するまでの間に、円 C_2 の周上に固定された 1 点が円 C_2 の中心のまわりを何回転するか。その回数を答えよ。また、その理由も述べよ。