

新潟大学理学部数学科
平成14年度推薦入試
小論文問題

1 n を正の整数とする。各問いに答えよ。

(1) $x > 0$ で $f(x) = x^n \log x - \frac{1}{n}x^n$ とおく。関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。

(2) $x > 0$ として $\int_1^x t^n \log t dt$ を求めよ。

2 次の連立方程式について、各問いに答えよ。

$$(*) \begin{cases} 2a + b + c = 4 \\ a + b + d = 3 \end{cases}$$

(1) $c = 0, d = 0$ のとき、 a と b の値を求めよ。

(2) (1) で考えたように、 a, b, c, d のうち、どれか2つを0とするような解 (a, b, c, d) をすべて求めよ。

(3) (2) で求めた解のうち、 a, b, c, d の値がすべて負でないものを挙げよ。

(4) 連立方程式 (*) に関連して次の連立不等式を考えた。上の (2), (3) との関係を自由に述べよ。また、これを利用して連立方程式 (*) の負でない整数解を求めることができるかどうかについて考察せよ。

$$\begin{cases} 2a + b \leq 4 \\ a + b \leq 3 \\ a \geq 0 \\ b \geq 0 \end{cases}$$

3 次の級数を考える。

$$1 - 1 + 1 - 1 + 1 - \dots$$

この答えを、A 君は0、B さんは1、C さんは $\frac{1}{2}$ と出した。あなたの考えを述べよ。また、上の答えのうちあなたの考えと異なるものは、どのように考えたためにそのようになったと思うか、その考え得る方法も示せ。

4 すべての実数の組 (x, y) に対して実数 $R(x, y)$ が対応し、かつ、すべての実数 x, y, z に対して、次の条件 (a)–(d) が成立しているとする。

(a) $R(x, y) = 0$ または $R(y, x) = 0$

(b) $R(x, y) = 0$ かつ $R(y, x) = 0$ ならば $x = y$

(c) $R(x, y) = 0$ ならば $R(x + z, y + z) = 0$

(d) $R(0, x) = 0$ かつ $R(0, y) = 0$ ならば $R(0, xy) = 0$

このとき、各問いに答えよ。

(1) $R(0, x) \neq 0$ となる実数 x に対して、 $R(x, 0) = 0$ かつ $R(0, -x) = 0$ となることを示せ。

(2) 実数 x に対して、 $R(0, x^2) = 0$ となることを示せ。

(3) 0 でない実数 x に対して、 $R(0, -x^2) \neq 0$ となることを示せ。

(4) $R(x, y) = 0$ であることの必要十分条件は $x \leq y$ であることを証明せよ。