

新潟大学理学部数学科
平成 13 年度推薦入試
小論文問題

1 複素平面上で複素数 $z_1 = \sqrt{3} + i$, $z_2 = 1 + i$, $z_3 = z_1 z_2$ を考える。

- (1) $z_1 = \sqrt{3} + i$, $z_2 = 1 + i$ をそれぞれ極形式で表せ。
- (2) 3 点 $0, z_2, z_3$ を頂点とする 3 角形の面積を求めよ。

2 次の問に答えよ。

- (1) 関数 $f(x) = x^3 e^{-x}$ の極値を求めよ。
- (2) 不定積分 $\int \sin^2(3x + 1) dx$ を求めよ。

3 a, b, c, d を正の実数とするととき, 次の問に答えよ。

- (1) 相加平均と相乗平均の関係を利用して, 次の不等式を示せ。

$$(abcd)^{\frac{1}{4}} \leq \frac{a + b + c + d}{4}$$

- (2) $(abcd)^{\frac{1}{4}} = (abc)^{\frac{1}{3}}$ を満たす d を a, b, c を用いて表せ。
- (3) 次の不等式を示せ。

$$(abc)^{\frac{1}{3}} \leq \frac{a + b + c}{3}$$

4 A 地点から B 地点に「yes」または「no」を伝えることを考える。そのために 0, 1 という信号を使った通信を行う。この通信は途中の電波状態が悪いため, $\frac{1}{3}$ の確率で, 信号 1 は信号 0 に, 信号 0 は信号 1 になって伝えられてしまう。そこで, A 地点からは必ず 1 の信号を 5 個または 0 の信号を 5 個送る。すなわち, A 地点から「yes」を伝えたい場合は 11111 を送信する。また「no」を伝えたい場合は 00000 を送信する。B 地点では受信した 5 個の信号のうち 1 の個数がより多ければ「yes」が送信されたと解釈し, 0 の個数がより多ければ「no」が送信されたと解釈する。例えば, B 地点で 10110 を受信した場合は「yes」が送信されたと解釈し, 00110 を受信した場合は「no」が送信されたと解釈する。この通信で A 地点から「yes」を B 地点に伝えるとき, 正しく伝わる確率を求めよ。

5 ある島で次の4つの事柄 (A1), (A2), (A3), (A4) が書いてある古文書が発見された。

(A1) 異なる2つの村 P, Q に対して, P と Q を結ぶ, ただ1本の道路がある。

(A2) 異なる2本の道路の交わりは1つの村である。

(A3) 各道路 l と l 上にはない村 P に対して, P を通り, l に平行な道路がただ1本だけある。

(A4) 1本の道路では結ばれない3つの村がある。

ここで, 道路はすべて直線道路とし, 異なる2本の道路は交わらないときに平行であるということにする。

このとき, 上の4つの事柄をもとにして次の問に答えよ。

(1) 異なる2本の道路は平行であるか, または1つの村でのみ交わることを示せ。

(2) 道路 l と道路 m が平行でかつ道路 m と (l と異なる) 道路 n が平行ならば, 道路 l と道路 n も平行であることを示せ。

(3) この島には, そのうちのどの3つの村も同じ1本の道路上にはないような4つの村があることを示せ。