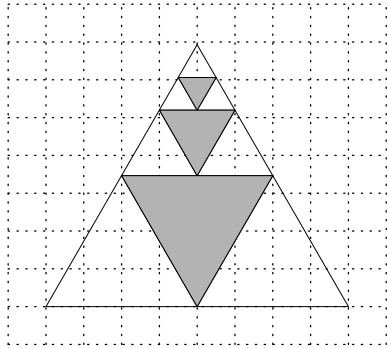


平成 18 年度
お茶の水大学理学部数学科推薦入学試験

入試には関係ないんだけど、これわかる？



左の図は、三角形の中点を結んで小さい三角形を次々と作り出しています。

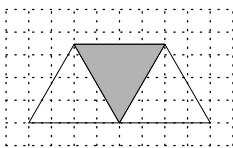
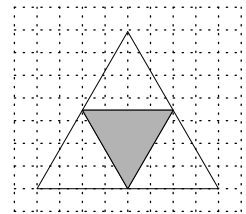
さて、 $\frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \dots = \frac{1}{3}$ ですが、左の図でい
うとどうなりますか？

まあ、計算せよということなら、できるのだが、それを聞いているはずがない。一応計算すると、

$$\frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \dots = \frac{\frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{1}{3}$$

さて、右図の網掛け部分で分けられた4つの部分はすべて合同なので、網掛け部分の面積が全体の部分の $\frac{1}{4}$ である。

したがって、 $\frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \dots$ は、網掛け部分を無限に加えた全体の面積の、一番外側の面積に対する割合を表している。
これが $\frac{1}{3}$ になるのは、次のように見ればよい。



左図において、網掛け部分は $\frac{1}{3}$ である。この形を無限に加えていくので、網掛け部分全体は、最初の三角形の $\frac{1}{3}$ である。