

平成 18 年度
新潟大学理学部推薦入学試験
数学科
小論文試験問題

1 次の問に答えよ。

- (1) 周の長さが a で、面積が b の長方形が実現できる場合の a と b の関係を求めよ。また、その関係をみたす点 (a, b) が存在する領域を図示せよ。
- (2) 対角線の長さが a で、面積が b の長方形が実現できる場合の a と b の関係を求めよ。また、その関係をみたす点 (a, b) が存在する領域を図示せよ。

2 実数 a に対して、曲線 $y = x^2 + 2a$ と直線 $y = -2ax + 3$ で囲まれる部分の面積を $S(a)$ とする。そのとき、 $S(a)$ の最小値と a の値を求めよ。

3 原点 O を中心とする半径 1 の円周を S とする。 S 上の点 $P(\cos \theta, \sin \theta)$ における S の接線に関して点 $(1, 0)$ と対称な点を $(x(\theta), y(\theta))$ とする。そのとき、 $x(\theta), y(\theta)$ を求めよ。また、 θ を媒介変数とする曲線 $(x(\theta), y(\theta))$ の概形を描け。なお、どのように概形を描いたかも述べよ。

4 次の文章を読み、最後の設問に答えよ。

M_0 を立方体とする。その頂点の個数は $a_0 = 8$ 、辺の個数は $b_0 = 12$ 、面の個数は $c_0 = 6$ 、そして 1 つの頂点に集まる辺の個数はすべて $d_0 = 3$ である。この M_0 に対して、次のようにすべての頂点を切り取る操作 (#) をおこなう。

操作 (#): 1 つの頂点に対して、その頂点に集まる 3 つの辺をそれぞれ 3 等分する点の中から、それぞれの辺ごとにその頂点に最も近い点を選ぶ。このとき、選ばれた 3 つの点を通る平面でその頂点を切り取る。これをすべての頂点に対して行う。

立方体 M_0 に 1 回の操作 (#) を行い、 M_0 のすべての頂点を切り取って得られる立体図形を M_1 とする。 M_1 の頂点の個数は $a_1 = 24$ 、辺の個数は $b_1 = 36$ 、面の個数は $c_1 = 14$ 、そしてそれぞれの頂点に集まる辺の個数はすべて $d_1 = 3$ である。

M_1 にもう 1 回の操作 (#) を行うことができ、 M_1 のすべての頂点を切り取って得られる立体図形を M_2 とする。 M_2 のそれぞれの頂点に集まる辺の個数がすべて $d_2 = 3$ であるならば、さらに M_2 に操作 (#) を行うことができる。

続けて k 回の操作 (#) を行うことができるとき、 k 回目で得られる立体図形を M_k とする。ただし k は正の整数とする。 M_k の頂点の個数を a_k 、辺の個数を b_k 、面の個数を c_k とする。そしてそれぞれの頂点に集まる辺の個数がすべて同じときは、 d_k でその辺の個数を表し、それぞれの頂点に集まる辺の個数が同じではないときは、 $d_k = 0$ とする。

設問 $d_k = 3$ であることを示せ。さらに a_k, b_k, c_k の値を求め、なぜそうなるのかを説明せよ。